NAZARİYAT
İslâm Felsefe ve Bilim Tarihi Araştırmaları Dergisi

İslâm Matematik Tarihinde Hisâbî Cebir Geleneği ve IX./XV. Asırdaki Zirvesi: İbnü'l-Hâim'in *el-Mümti'* Adlı Eseri*

Elif Baga**

Öz: Aralarında bir bağ olması şartıyla bilinenler vasıtasıyla bilinmeyenlere ulaşmanın yöntemlerinden biri olarak bilinen cebir, III./IX. yüzyılda Harezmî'nin hakkında ilk kez sistemli bir eser telif etmesiyle ilim dalı olma yolundaki ilk adımı attı. Bundan sonraki süreçte İslâm matematikçileri bir taraftan hesap ilmini cebire uygulamak suretiyle cebirin hisâbîleşmesini, neticesinde de daha kullanışlı ve özgür olmasını temin ettiler, diğer taraftan da bu kullanışlı cebiri feraiz (miras hukuku), ticaret, mesâha ve mimari gibi alanlara tatbik ederek pratik fayda sağladılar. Bir ilim dalı olarak ortaya çıkışından yaklaşık beş buçuk asır sonra cebir ilmi yukarıda sayılan faaliyetlerle zirveye ulaşmıştı. Bu zirvenin önde gelen isimlerinden İbnü'l-Hâim önce Yâsemînî şerhi sonra, manzumesi el-Mukni' ve şerhi el-Mümti' ile geniş bir zaman ve mekâna yayılan bir tesir yarattı. Ancak ikincisi belki ilkinin gölgesinde kaldığından, belki de el-Mukni'nin diğer şerhleri arasında gözden kaçtığından şimdiye kadar herhangi bir çalışmaya konu olmamıştır. Hâlbuki el-Mümti' gerek mevcut cebirsel kavram ve yöntemlerin tamamını bir araya getirmesi, gerekse de İslâm medeniyeti matematik tarihi boyunca cebir ilminin hisâbî mi, hendesî mi, yoksa hisâbî+hendesî mi karakterde olması gerektiği veya hangisinin cebir ilminin gelişimine daha fazla katkı sağlayacağı yönündeki soru(n)ları ve bunların felsefi boyutlarını tartışmaya açması bakımından matematik tarihi çalışmalarına yön verecek niteliktedir. İşte bu yüzden makalenin konusu, İbnü'l-Hâim'in el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni' adlı eserinin matematik tarihindeki konumuna, öne çıkan özellikleriyle tanıtımına ve matematiksel incelemesine tahsis edilmiştir.

Anahtar kelimeler: matematik, cebir, İbnü'l-Hâim, *el-Mukni'*, *el-Mümti'*.

Abstract: Algebra, defined as a method to determine the unknown by means of what is known, given the link between the two, took its initial steps toward disciplinary status during the third/ninth century when al-Khwārizmī produced the first systematic study on the subject. Later Muslim mathematicians followed his lead due to this novel discipline's propensity for improvement and beneficial application. Thus they applied arithmetic to algebra to make it more practical and open and, as a result, derived great benefits from employing it in matters of inheritance, commerce, land surveys, architecture, and other areas. Roughly 550 years after its formation as a discipline, algebra reached its peak in the aforementioned areas. One of its most famous practitioners, Ibn al-Hā'im, had a lasting and widespread influence first with his commentary on Yāsamīnī and then with his versified work al-Muqni' and its commentary al-Mumti'. However, the latter work eluded the researchers' attention – perhaps it was overshadowed by the former or lost among the other commentaries – despite its remarkable presentation of the entire conceptual and methodical repertoire of algebra as it was known at that time, not to mention its analysis of the problems and discussion of the philosophical implications in a long-lasting debate on Islamic mathematical history: Should algebra be arithmetical, geometrical, or both? Which track would be more conducive to improving the discipline so it could break new ground in the historical studies of mathematics? Thus, this article seeks to present the status of Ibn al-Hāim's al-Mumti' fī sharḥ al-Muqni' in the history of mathematics, along with its outstanding features and mathematical analysis.
Keywords: mathematics, al-gebra, İbn Haim, al-Muqni, al-mumti.

* Bu çalışmayı yapmam konusunda beni teşvik eden, yönlendiren ve müellif nüshasını temin etmemde yardımcı olan İhsan Fazlıoğlu'na, ayrıca tashih ve teklifleri için makalenin anonim hakemlerine teşekkür ederim.
** Yrd. Doç., Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Bilim Tarihi Bölümü.
İletişim: elifbaga@gmail.com

DOI dx.doi.org/10.12658/Nazariyat.3.2.M0009

Atıf© İslâm Matematik Tarihinde Hisâbî Cebir Geleneği ve IX/XV. Asırdaki Zirvesi: İbnü'l-Hâim'in *el-Mümti'* Adlı Eseri, *Nazariyat İslâm Felsefe ve Bilim Tarihi Araştırmaları Dergisi* 3/2 (Nisan 2017): 69-125.

Gerçeklik üzerine insani bir inşa olan bilgi, duyu ve gözlemlerle elde edilen verinin matematiksel veya kavramsal yapılarla işlenmesi neticesinde ortaya çıkan üründür. Başka bir ifadeyle bu süreç, arada bir bağıntı olmak şartıyla bilinenlerden, yani eldeki verilerden çeşitli yollar/yöntemler/aletler kullanarak bilinmeyenin bilgisini elde etmektir. Dolayısıyla elde edilen bilginin gerçekte var olan (hakikat) ile mütekabiliyeti ilk önce duyu ve gözlemden gelen verinin doğruluğuna, sonra da bu verinin matematiksel veya kavramsal modellerden hangisini gerektiriyorsa onunla doğru bir şekilde işlenmesine bağlıdır. İşte tam bu noktada birçok soru(n) ortaya çıkmaktadır. "Duyu ve gözlemden gelen verileri doğrulamak mümkün mü, değilse bu verilere ne kadar güvenebiliriz? Verilerin zihinsel süreçlerle hakiki bir bilgi haline gelmesi mümkün müdür, bunu temin eden zihinsel yapılar nelerdir?" soruları bunlardan birkaçıdır. İslâm medeniyeti düşünce tarihinde mezkûr sorunların çözümü için kabaca, bilginin oluşum sürecindeki hem ilk hem de ikinci aşamanın mümkün mertebe kesinliğinin arttırılması kanaatinin benimsendiği söylenebilir. Daha ilk dönemlerden itibaren gözlem araçlarıyla ilgili alanlara ağırlık verilmesi, verinin işlenmesini sağlayan temel iki yöntem olan mantık ve matematik ilimlerde kesinliği arttırma çabaları bu durumun bir kanıtı sayılabilir. Bununla birlikte VII./XIII. asra kadar evrenin dilinin mantık dili olduğu, dolayısıyla evreni okumak için bu dili kullanmak ve ona ağırlık vermek gerektiği fikri yaygınken,[1] bu tarihten sonra matematikçilerin sağlam kanıtlarla ortaya koyduğu matematiksel yapıların da bu dili anlamada ciddi katkı sağlayabileceği, farklı perspektiflerin de dikkate alınması gerektiği görüşü benimsenmeye başlamıştır. Söz konusu değişim/dönüşüm, matematiğin bütün dallarında devam eden büyüme ve kesinliği arttırma çabalarını desteklemiştir.[2]

IX./XV. asrın başlarında İbnü'l-Hâim el-Mısrî (752/1352-815/1412) tarafından telif edilen ve kendi yazdığı *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele* adlı manzum eserin şerhi olan *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'*, yukarıdaki paragrafta varılan neticenin cebir ilmindeki güzel bir örneğidir. Zira müellif, belki de Doğu ile Batı İslâm dünyasının ortasında, Mısır'da yetişmesi hasebiyle, dönemine kadar ortaya konan hemen hemen tüm hisâbî cebir birikimini harmanlayıp cebirsel kanıtları sağlamlaştıra-

1 Bu fikrin daha çok doğa felsefesi ve metafizik alanlarında faaliyet gösteren düşünürler arasında yaygın olması matematik bilimlerin İslâm medeniyetinin başlangıcından itibaren hızlı bir yükseliş gösterdiği gerçeğini değiştirmez.

2 İhsan Fazlıoğlu, "Faal Akıl Ölünce!: XIII. Yüzyıl Felsefe-Bilim Tarihi'nde Hakiki (*İnvisible*) ile Zahiri (*Visible*) İlişkisinin Yeniden Yorumlanması", *Uluslararası XIII. yüzyılda Felsefe Sempozyumu Bildirileri* (Ankara: Yıldırım Bayezid Üniversitesi, 2014), 27-36; İhsan Fazlıoğlu, "Hakikat ile İtibar: Dış-dünya'nın Bilgisinin Doğası Üzerine – XV. Yüzyıl Doğa Felsefesi ve Matematik Açısından Bir İnceleme–", *Nazariyat* 1/1 (Ekim 2014): 1-33.

rak yaşadığı asırda "hisâbî cebirin zirvesi"[3] olarak nitelendirilebilecek bir çalışma sunmuştur. Bu niteleme, aynı zamanda eserin bu makaleye konu olma gerekçesini temin eder. Zira bir yandan "cebir ansiklopedisi" vasfını alacak kadar alanın bilgi birikimini ortaya koyan, diğer yandan cebirin sınırları ve buna bağlı olarak gelişme ve genişleme potansiyeli üzerine felsefi tartışmalara yer veren bir eserin ilim dünyasına kazandırılmasının, gerek klasik dönem gerek Osmanlı dönemi matematik tarihi çalışmalarının seyrini etkileyeceği muhakkaktır.

Müellif ve eseri *el-Mümti'* hakkında bilgiler vermeye geçmeden önce "hisâbî cebir" in mahiyeti, ortaya çıkışı ve gelişimi ile ilgili tarihsel süreci ortaya koymak önemlidir; zira zirveye varmak, onu anlamlandırmak ve değer-lendirmek için zirveye giden yolu bilmek gerekir.

I. Hisâbî Cebir ve Tarihî Arka Planı

Bilinen nicelik vasıtasıyla bilinmeyen niceliğe ulaşma kural ve yöntemlerini ifade eden cebir ilmi, problemin/denklemin çözüm sürecinde matematikteki iki temel değer olan "sayı" ve "şekil"den birinin temel unsur olarak kabul edilmesine ve ağırlıklı olarak onun kullanımına göre zamanla iki temel yaklaşım kazanmıştır. Bu yaklaşımlardan biri geometri ilminin yapıtaşı olan "şekil"i cebirsel çözümün merkezine koyduğundan "geometrik/hendesî cebir", diğeri de hesap/aritmetik ilminin yapıtaşı olan "sayı"yı çözümün asli unsuru gördüğünden "analitik/hisâbî/sayısal cebir" olarak adlandırılmıştır. Buradaki ayrışmanın veya kutuplaşmanın düğüm noktası, cebirsel bir denklemin çözümünün kesin ve sağlam ispatlarla kanıtlanması problemidir. Hendesî cebirciler, sayısal yöntemlerin her zaman sağlam kanıtlar sunamayacağı, yanıltıcı olabileceği, bu yüzden de çözüm hisâbî yollarla bulunsa dahi kesin ve sağlam ispat sunan biricik yöntemle, yani hendesî ispatla sağlamasının mutlaka yapılması gerektiğini düşünürken; hisâbî cebirciler, sayısal yöntemler kullanarak da kesin ispat ve sağlamalar yapılabileceği, sadece hendesî ispata dayandırıldığı takdirde cebir ilminin kübik denklemlerin ötesine geçemediği için sınırlı, gelişme ve genişlemeye kapalı, uygulama alanı kısıtlı bir ilim haline geleceğini iddia etmişlerdir. Gerçekten de tarih, büyük oranda hisâbî cebircileri haklı çıkarmış, cebir ilmi bilhassa XV. asır sonu, XVI. asrın başlangıcıyla birlikte sayısal alanda gelişmesini sürdürmüştür. Bununla birlikte hendesî cebircilerin cebir ve hendeseyi birleştir-

3 Burada eser için kullanılan "zirve" vasfı, şekilsel anlamıyla öncesinde ve sonrasında daha düşük seviyenin varlığına işaret etmek için veya noktasal bir konumu betimlemek için değil, alanındaki tüm birikimi mükemmel bir biçimde işleyerek/kullanarak döneminin en kapsamlı müstakil cebir kitabı olması dolayısıyladır.

me çabaları da meyvelerini vermiş, XVII. asırda René Descartes'in mevcut birikimi sistematik ve kuramsal olarak *La Géométrie* adlı eserinde yeniden işlemesiyle bugün "analitik geometri"[4] dediğimiz "kartezyen geometri" (koordinat geometrisi) adı verilen yeni bir alan ortaya çıkmıştır. Kısaca cebir ilmi söz konusu olduğunda "sayı"nın hem işlem yapmadaki hem de sözlü veya yazılı (düz yazı ve sembolik) aktarımdaki kullanışlı tabiatı, bilhassa İslâm dünyası matematikçileri tarafından derhal fark edilmiş, IV./X. asırda başlayan cebirin hisâbîleşme süreci beş asır boyunca hızlanarak ve gelişerek devam etmiştir. Cebir ilminin İslâm medeniyetinden Batı medeniyetine aktarımı da büyük oranda bu hisâbî karakter üzerinden olmuştur.

Harezmî'nin halefleri tarafından tesis edilen ve Osmanlı klasik döneminde de kayda değer gelişmelerle devam ettirilen hisâbî cebirin ilk tezahürlerine gelince, cebir ilmine dair ilk verilerin alındığı miladi yirmi asır kadar önceye gittiğini söylemek mümkündür.

Süreci daha iyi anlayabilmek için cebir ilminin kurucusu sayılan Harezmî'yi ve cebir kitabını milat kabul ederek konuyu, Harezmî'den önceki cebirsel tezahür ve bunun hisâbî karakteri ile Harezmî'den sonra İbnü'l-Hâim'e kadar hisâbî cebirin tesisi ve gelişimi olmak üzere iki başlık halinde incelemek uygun olacaktır.

1. Hisâbî Cebirin İlk Nüveleri

Bu konuyu tarih sahnesinde önemli rollerde bulunmuş ve birikimlerinin bir kısmı günümüze ulaşmış ilk medeniyetler bağlamında değerlendirmek gerekirse, eldeki verilere göre bilinen vasıtasıyla bilinmeyene ulaşma fikri milattan önce yirmi asır kadar geri gitmektedir. Bu fikrin ilk güçlü izlerine Mezopotamya matematiğinde rastlanırken, komşusu Mısır medeniyetinin daha çok geometri üzerinden gelişme gösterdiği söylenebilir. Eski Yunan ve İskenderiye'de ise yoğun bir biçimde Mezopotamya ve Mısır matematiği tesiri altındaki geometri ve sayılar teorisi alanlarında satırların arasına gizlenmiş cebir düşüncesinden bahsetmek mümkündür. Tarihteki büyük medeniyetlerden bir diğeri Hint medeniyetine gelince, bilhassa sıfırı ihtiva eden Hint rakamları ve on tabanlı sayı sistemine dayanan hesap alanındaki gelişmelerin genelde cebir, özelde de hisâbî cebir düşüncesine ciddi katkı yaptığı ifade edilebilir.

4 Analitik geometrinin kurucusu çoğunlukla Descartes olarak bilinir, ancak asli olarak analitik geometrinin ilk uzmanı ondan iki asır sonra yaşayan Julius Plücker'dir (1801-1868). Daha fazla bilgi için bkz. Carl B. Boyer, *A History of Mathematics* (USA: John Wiley and Sons, 1976), 540. Çevirisi için bkz. Carl B. Boyer, *Matematiğin Tarihi*, çev. Saadet Bağçacı (İstanbul: Doruk Yayınları,2015), 582-583.

Yapılan en son arkeolojik kazılardan elde edilen veriler, cebir ilminin tohumlarının Mezopotamya topraklarında, bilhassa da Babilliler tarafından atıldığını göstermektedir. Yine bu verilere göre Mezopotamya matematikçilerinin cebir alanında en maharetli oldukları konunun ikinci dereceden denklemler ve çözümleri olduğu söylenebilir. Onlar, bu tür denklemleri dokuz gruba ayırarak incelemişler, her tip denklem için ayrı çözüm vermişlerdir. Bu cebirsel denklem türlerinin en çok kullanılan ikisi şöyle sıralanabilir:

$$\mathbf{1.}\ \ x + y = b\ \ \boldsymbol{ve}\ \ xy = c \ \longrightarrow\ x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ y = \frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$\mathbf{2.}\ \ x - y = b\ \ \boldsymbol{ve}\ \ xy = c \ \longrightarrow\ x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ y = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

Mezopotamya cebirinde diğer denklem türleri çoğunlukla bu iki türe dönüştürüldükten sonra çözülmüştür. Bunların yanında ($x^3 + x^2 = 252$) kübik denkleminin ve ($xy + x - y = 183$, $x + y = 27$) denklem sisteminin çözümleri de elde edilmiştir.[5]

Mezopotamya cebirindeki çözüm yöntemlerinin genel karakterine gelince, hisâbî yöntemi kullanmakla birlikte geometrik terim ve şekillerden de faydalanmışlardır. Ancak metinlerinde kullandıkları geometri terimleri yanıltıcı olmamalıdır. Çünkü onların düşünce tarzı esas itibariyle sayısaldır. Her ne kadar bilinmeyen sayıları doğru parçaları veya alanlarla somutlaştırsalar da, bu bilinmeyen sayılar zihinlerinde hep sayı olarak kalmıştır. Hatta geometrik görünen problemlerde bile asıl amaçları asla çizim veya geometrik ispat değil, sadece hesap yapmaktır. Kısaca genelde Mezopotamya, özelde de Babil cebirinde geometrik dış görünüşün arkasında analitik bir öz varlığını güçlü bir şekilde hissettirmektedir.[6]

Bu bilgiler ışığında cebirdeki hisâbî yöntemlerin en ilkel şekillerinin Mezopotamya medeniyeti matematikçileri tarafından ortaya konulduğu söylenebilir.

Mısır medeniyetinde ise daha çok sayı teorisi ve geometri konularını ilgilendiren izler mevcut olduğundan Yunan ve Hint medeniyetlerindeki hisâbî cebire ait bulgulara geçmek uygun olacaktır.

5 Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, (Ankara: TTK Basımevi, 1966), 4-6, 45; George Sarton, *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece* (Courier Dover Publications, 1952), 70-73; Bartel Leenert Van Der Waerden, *Bilimin Uyanışı* (İstanbul: Türk Matematik Derneği Yayınları, 1994), 93-122; Solomon Gandz, "The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra", *Osiris* III (1937): 551-555.

6 Jens Høyrup, "Old Babylonian 'Algebra' and What It Teaches Us about Possible Kinds of Mathematics", *Ganita Bharati* 32/1-2 (2010): 98, 109; George Sarton, *A History of Science*, 73; Van Der Waerden, *Bilimin Uyanışı*, 109.

Yunan matematiğinin temel kaynakları Mezopotamya ve Mısır matematiği olmasına ve bunun bir sonucu olarak sayısal yöntemlerin önemi ve önceliğine rağmen bilhassa cebirde Diyofantos'un (MS III. yüzyıl) *Aritmetika*'sı[7] dışarıda bırakılmak kaydıyla geometrik yöntemlerin hâkim olduğu görülür. Bu durumu açıklamak için birçok gerekçe zikredilebilir; ama belki de en dikkate değer olanı analitik yöntemin sayılara dayanması ve sayı kavramının da irrasyonel veya kesirli ifadeler yüzünden her zaman tam sayıyı temsil edemeyişidir.[8] Yunan matematikçileri aradıkları mantıki zorunluluğu, her zaman tam olmayan sayılarda bulamadıklarından geometrik yöntemlere rağbet ederek daha sonraları cebirde başka bir yönelim haline gelecek hendesî cebirin kapısını aralamışlardır.

Hint medeniyetinde ise VII. asırda Brahmagupta Hint cebirine altın çağını yaşatan eserinde[9] sıfırla ilgili hesap kurallarını açıkladığı gibi ikinci dereceden denklemlerin üç türünü ve negatif sayı kavramı yardımıyla meydana getirdiği diğer bir denklem türünü de ortaya koymuştur:

$$0 \times a = 0, \quad 0 \times 0 = 0, \quad \sqrt{0} = 0$$

$$\mathbf{1}.\ ax^2 + bx = c \qquad \mathbf{2}.\ bx + c = ax^2 \qquad \mathbf{3}.\ ax^2 + c = bx \quad ve \quad px^2 + qx + r = 0$$

Buna ilave olarak Hint cebirciler negatif ve irrasyonel sayıları kabul ederek ikinci dereceden denklemlerin iki kökü olduğunun farkına varmışlar, ikinci dereceden denklemlerin cebirsel çözümünü "kareye tamamlama" usulüyle birleştirerek bugün "Hint metodu" denilen yöntemi keşfetmişlerdir.[10]

Kısaca Hint medeniyeti matematiğinde sıfırın sembolleştirilmesi, on tabanlı konumsal sayı sisteminin geliştirilmesi ve dokuz rakam için kullanışlı sembollerin üretilmesi gibi cebirin, özellikle de hisâbî cebirin gelişmesinde çok önemli adımlar atılmıştır.[11]

7 Genel olarak "sayısal/nümerik analiz"i konu edinen eser bugün kullandığımız cebirsel notasyonla ifade edilen değişkenler kullanmasa da "bilinmeyenin ilave bir bilinmeyenle değiştirilmesi", "cebirsel kısaltmalar", "dokuzuncu dereceye kadar kuvvetlerin çarpılması ve bölünmesi" ve "üçüncü dereceden iki terimli hesap" gibi bazı vasıtalar kullanmaktadır. *Aritmetika* analitik yaklaşımı, genelleştirilmiş yöntemi olmaması, negatif ve irrasyonel kök kabul etmemesi açılarından Mezopotamya cebrini andırırken, belirsiz denklem türlerini ihtiva etmesi bakımından farklılaşmaktadır. Daha fazla bilgi için bkz. Diyofantos, *Sınâatu'l-cebr*, trc. Kosta b. Luka, thk. Rüşdî Râşid (Mısır, 1975), 7-20; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, 461.

8 Bartel Leenert Van der Waerden, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, (Heidelberg: Springer, 1983), 70-96; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, 201.

9 *Brahmasphutasiddhanta* adlı eserin tamamı matematik ile ilgili olmayıp 12. bölümü aritmetiği ve 18. bölümü de cebiri ele almaktadır. Brahmagupta'nın ve diğer bir kayda değer Hintli matematikçi Bhaskara II'nin (1114-1185) eserlerinin aritmetik ve cebir bölümlerinin İngilizce çevirileri ve değerlendirmesi için bkz. Brahmagupta and Bhaskara, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration*, çev. Henry Thomas Colebrooke (Londra, 1817).

10 Boyer, *Matematiğin Tarihi*, 251-253.

11 Colin Ronan, *Bilim Tarihi* (Ankara: Tübitak, 2005), 212-213; Boyer, *Matematiğin Tarihi*, 241-246.

2. Hisâbî Cebirin Tesisi ve Gelişimi

Cebir ilminin bağımsızlığını kazanma süreci Harezmî'nin[12] *Kitâbu'l-Muhtasar fi'l-cebr ve'l-mukâbele* adlı eserini yazmasıyla başlatılır. Harezmî'den önce cebirle ilgili bazı veriler olmasına, hatta yaşadığı dönemde benzer eserler yazılmasına rağmen, araştırmacılar çeşitli sebeplerle[13] bu kitabı cebir ilminin başlangıcı olarak görürler. Müellifin kitabında hangi yönelimi benimsediği konusuna gelince, önce cebirsel denklemlerin hisâbî çözümlerini sunar, ardından bu çözümlerin hendesî illetini/ispatını verir. Bu yapı, onun her iki yöntemin gerektiği gibi kullanılması taraftarı olduğunu gösteren "Harezmî modeli" olarak adlandırılabilir. İşte bu model üzerinde haleflerinin belirli noktalara ağırlık vermesi ve o problemler üzerinde durması neticesinde cebirsel yönelimler/yaklaşımlar meydana gelmiştir.

Mezkûr haleflerden ilki olan Sâbit b. Kurra[14] (ö. 288/901) her ne kadar hendesî cebir yaklaşımının öncülerinden olsa da hendesî ve hisâbî cebir yöntemlerinin ilk kez bu kadar belirgin bir şekilde ayrışmasını sağladığından burada adından söz edilmesini hak eder. *el-Kavl fî tashîh mesâili'l-cebr bi'l-berâhîni'l-hendesiyye* adlı risalesinde $\{x^2 + ax = b, \quad x^2 + b = ax \quad ve \quad x^2 = ax + b\}$ denklemlerini kullanarak ikinci dereceden denklemlerin hendesî tercümesini sunarak hendesî kanıtları çok daha sağlam hale getirmiş, cebirsel yollar için hendesî tefsir sayesinde bu iki yöntemin aynı sonuca ulaştırdığını kanıtlamaya çalışmıştır. Denklemlerin çözümünde Öklides'in takip ettiği geometrik yol ile Harezmî'nin izlediği cebirsel yol arasındaki benzerliklere dikkat çekmek suretiyle hem çözümde hem de ispatta

12 Harezmî'nin nerede doğup nerede yaşadığı, adı hakkındaki tartışmalar, diğer eserleri, Beytü'l-Hikme'deki çalışmaları hakkında daha fazla bilgi için bkz. G. J. Toomer, "al-Khwarizmi", *DSB*, VII, 358-365; Van der Waerden, *A History of Algebra* (Springer – Verlag, 1985), 3-15; İhsan Fazlıoğlu, "Harizmî", *DİA*, XVI, 224-227.

13 Sebeplerden birkaçı şu şekilde özetlenebilir: (i) Daha önce kimsenin gerçek anlamda dokunmadığı bu alanda yeni bir ilmin kaidelerini koyması ve bu yeni ilmin kurallarını ve yöntemlerini sadece matematikçiler için değil, aynı zamanda muhasip, tüccar, hâkim ve devlet memurları için de kullanışlı hale getirmesi. (Bu yüzden kitabının yarısından fazlası pratik hesap içermektedir.) (ii) Harezmî'nin "cebir"i bilinmeyeni bulmak için herhangi bir yöntemden daha fazlasını içeren bir alan olarak görmesiyle onun sadece bir yöntem olarak kalmasını engellemesi ve müstakil bir ilim olarak temayüz etmesine zemin hazırlaması. (iii) Kitabına koyduğu ismin bu yeni ilmin adı olması konusunda ilmî çevrelerde doğal/kendiliğinden bir uzlaşmanın meydana gelmesi. Cebir ilminin kurucusu olması bakımından Harezmî hakkında daha fazla bilgi için bkz. Rüşdî Râşid, *Rıyâdıyyât el-Havârizmî: Te'sis İlm el-Cebr*, çev. Nikola Faris (Beyrut, 2010).

14 Sâbit'in İslâm matematik tarihinde ilk kez sonsuz küçükler hesabını kullanması ve Pisagor teoremini tüm üçgenlere uygulanabilecek şekilde genelleştirmesi hakkında daha fazla bilgi için bkz. Aydın Sayılı, "Sabit İbn Kurra'nın Pitagor Teoriminin Tamimi", *Belleten* XXI/88 (1957): 527-546. Ayrıca Sâbit'in Beytü'l-Hikme'de bir tür Yunan matematik okulu oluşturmaya çalışan Haccâc b. Matar taraftarı olduğu ve bu yöndeki çalışmalarını desteklediği ile ilgili iddialar hakkında daha fazla bilgi için bkz. Waerden, *Bilimin Uyanışı*, 20.

hendesî yolun kullanılabileceğini göstermiş, bu da hendesî cebirin çözümde hesap işlemlerine gerek duymamasına ve hisâbî cebirden tamamen soyutlanabilmesine zemin hazırlamıştır.[15]

Ebû Kâmil Şüca‘ b. Eslem (235/850-317/930), adını Harezmî'nin eserinden alan çalışması *Kitâb fi'l-cebr ve'l-mukâbele*'de çok bilinmeyenli lineer denklemlerin düzenlenmesini incelemeye ve irrasyonel işlemlere sahip denklemleri gözden geçirmeye geçmeden önce kesir hesabının kurallarını açıklamış, ondan sonra da ikinci dereceden denklemlere dönüştürdüğü pek çok farklı denklem üzerine çalışmıştır. Böylece onun cebirsel hesabı rasyonel ve irrasyonel sayılar mecrasına genişletmesinde olduğu gibi denklemler teorisinde de önemli adımlar attığı, daha açık bir ifadeyle cebirin hisâbîleşmesi projesine zemin hazırladığı söylenebilir.[16]

Ebû Kâmil'in hisâbî cebirin tesisine önemli katkı sağladığının en büyük kanıtı, cebir ilmini kapsam ve içerik bakımından genişleme kabul eden bir ilim olarak görüp bilinmeyenin bulunması için bir yöntemle yetinmeyerek hep farklı bir usul peşinde koşması, cebirin taklidî ve mekanik bir ilim olmayıp keşfedilmeyi bekleyen, icatlarla dolu, zekâ ve dikkat gerektiren bir sanat olduğunu ifade etmesidir.[17]

Harezmî'den yaklaşık bir buçuk asır sonra Bağdatlı matematikçi Kerecî (IV./X.-V./XI. yüzyıl) hesap ilminin cebir üzerine tatbiki konusundaki teşebbüs ve araştırmaları, her vecihten geliştirerek bir proje olarak ortaya koymuştur. Bu proje, hesap ilminin konularını ve bazı algoritmalarını cebirsel ifadelere özellikle de polinomlara uygulamayı hedefleyen, yani cebirin hisâbîleştirilmesini amaçlayan yöntemi ihtiva etmektedir.

Kerecî ve haleflerinin sunduğu hesap ilmini cebire tatbik etme yaklaşımı, İslâm cebir tarihinin o dönemindeki en üstün proje olarak düşünülmektedir. Seleflerinin geleneği üzerinde tamamen yeni bir yola giren bu yönelimin amacı, cebirsel işlemlerde geometrik örneklerden sakınmak suretiyle[18] cebiri bağımsızlığı ve hususiyetleri açısından daha sağlam bir şekilde inşa etmek için yeni yöntemler araştırmaktır. Bunun için Kerecî, cebir ilmini Öklides geometrisinin kanatlarından dışarı çıkarmış, cebirsel birimleri düzenleyerek onun bağımsız bir ilim olduğu gerçeğinin altını

15 B. A. Rosenfeld ve A. T. Grigorian, "Thabit Ibn Qurra", *DSB*, XIII, 291; Rüşdi Râşid ve Regis Morelon, *Mevsûatu Târîhu'l-Ulûmi'l-Arabiyye* (Beyrut: Merkez Dirâsâtu'l-Vahdeti'l-Arabiyye, 1997), II, 468; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, 18-19; İhsan Fazlıoğlu, "Sâbit b. Kurre", *DİA*, XXXV, 353-356.

16 Rüşdi Râşid-Regis Morelon, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, II, 469-470.

17 Martin Levey, "Abu Kamil", *DSB*, I, 31.

18 Kerecî'nin hiçbir geometrik örnek kullanmadan meydana getirdiği cebir çalışması *İlelü Hesab el-Cebr ve'l-Mukabele* adlı eserinin tafsilatlı değerlendirmesi için bkz.: Melek Dosay, *Kerecî'nin İlelü Hesab el-Cebr ve'l-Mukâbele Adlı Eseri*, (Ankara: 1991, AKM), 29-56.

çizmiştir. Onun bu projesine ait *el-Fahrî* ve *el-Bedî'* adlı kitapları, yazıldığı dönemden on yedinci asra kadar matematikçilerin talikât, şerh ve araştırmalarına konu olmuş, uzun asırlar boyunca cebir hesabı alanında merkezî bir konumda yer almıştır. Hisâbî cebir geleneğini geliştirip bu yeni geleneğin temellerini atmasıyla cebir ilminin müceddidi unvanını kazanan Kerecî'nin halefleri Şehrezûrî, İbnü't-Turâb, İbnü'l-Hişâm, Semev'el el-Mağribî, İbnü'l-Havvâm, et-Tenûhî, Kemâleddin el-Fârisî, İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî, Cemşid el-Kâşî, Abdulmecîd el-Sâmûlî, İbn Hamza el-Mağribî ve el-Yezdî şeklinde sayılabilir.[19]

Kerecî'nin en yakın takipçisi Semev'el el-Mağribî (ö. 575/1180) İslâm matematik tarihinde selefinin cebrin hisâbîleştirilmesi programını sürdüren ve tamamlayan geleneğin içerisinde değerlendirilebilir. Bununla birlikte çalışmalarında görülen hendesî gösterim ve ispatlar, hendesî yönelimi tamamen göz ardı etmediğine, her iki geleneğe de katkıda bulunduğuna işaret etmektedir. Eseri *el-Bâhir fi'l-cebr* VI./XII. asrın sonlarına kadar cebir ilminin varabileceği hemen hemen en yüksek seviye olarak tavsif edilmiştir.[20]

Mağribî, öncelikle "cebirsel kuvvet" kavramını ortaya koyarak $\{x^0 = 1\}$ tanımlamasını yapmış ve $\{m, n \in Z$ olmak üzere $x^m . x^n = x^{m+n}\}$ formülünün kuralını vermiştir. Tek ve çok terimlilerin kuvvetleri ve kökleri üzerinde aritmetik işlemlerle ilgilenmesi onu, "0"ı bu işlemlere dâhil etmeye ve negatif sayı anlayışını geliştirerek negatif ve pozitif sayıların çarpım kurallarını açıklamaya yöneltmiştir. Bu çerçevede $\{0 - a = -a \;\; ve \;\; 0 - (-a) = a\}$'nın tanımını yapmıştır. Böylece tek terimliler ve polinomların bilhassa da polinomların bölünmesiyle ilgili temel aritmetik işlemleri inceleyebilmiş ve kesirleri polinomlar yardımıyla yaklaşık olarak ifade etme imkânlarını araştırmıştır. Buna ilave olarak rasyonel katsayılı polinomların kareköklerinin hesaplanmasını da ele almıştır. Tüm bunların neticesi de bugün "Ruffini-Horner metodu" olarak bilinen yöntemin atası sayılacak polinom bölme ve kök çıkarma cetvellerini ortaya koyup bu yöntemle on iki terimlinin dört terimliye, sekiz terimlinin üç terimliye bölümü gibi oldukça uzun ve zor işlemleri kolayca çözerek cebirde irrasyonel hesabın genişlemesini, dolayısıyla cebirin hisâbîleşmesi projesinin daha da ileriye taşınmasını temin etmesidir.[21]

19 Râşid ve Morelon, *Mevsûat*, 473; Rüşdi Râşid, *Târîhu'r-riyâziyyât el-Arabiyye beyne'l-cebr ve'l-hisâb* (Beyrut: Merkez Dirâsâtu'l-Vahdeti'l-Arabiyye, 2004), 35; Ahmed Selim Saidan, *Târîhu ilmi'l-cebr fi'l-âlemi'l-Arabî* (Kuveyt, 1985), I, 83; Rüşdi Râşid, "al-Karaji", *DSB*, VII, 242.

20 Saidan, *Târîhu ilmi'l-cebr*, 373; Adel Anbouba, "al-Samaw'al", *DSB*, XII, 91; İhsan Fazlıoğlu, "Semev'el el-Mağribî", *DİA*, XXXVI, 488-492.

21 Samev'el el-Mağribî, *el-Bâhir fi'l-cebr*, thk.ve tah. Salah Ahmed ve Rüşdi Raşid, (Dımeşk, 1972), 44-50.

Klasik dönem İslâm dünyasının doğulu matematikçileri içerisinde hisâbî cebir geleneğine katkıları bakımından zikredilmesi gereken son matematikçi Şerefeddin et-Tûsî'dir (VI./XII. yüzyıl). *el-Muâdelât*[22] adlı cebir kitabında yer verdiği hendesî ispat ve yöntemlerle geometrik cebirin en önemli isimlerinden Ömer Hayyam'ın halefi olarak görülse de, analitik cebirin gelişmesine katkıları dikkate değerdir. Bu meyanda cebir ilminde artık daha geniş bir yer kaplayan denklemler teorisi, onun çalışmalarıyla bu ilmin bir bölümünü teşkil etmekle kalmamış cebirin kalbi konumuna gelmiştir. Tûsî, bu teorinin muhtevasında denklemlerin geometrik tetkikini ve sayısal çözümlerini bir araya getirmiş, denklemlerin her biri için çözüm bulma sorununu halletmiştir. Kullandığı eğriler konumsal incelemenin buluşuna yol açmış, özellikle de "türev denklemi" yoluyla "üçüncü dereceden polinomlar" ile ilgili metodolojik araştırmaya öncülük etmiştir. Sayısal çözüm alanında algoritmanın uygulanmasıyla yetinmemiş ve orada "polinomun türevi" ifadesini ortaya çıkarmıştır. Üstelik aynı şekilde bu algoritmaları "baskın polinomlar" kavramı yoluyla doğrulamaya çabalamıştır.[23] Ancak tüm bunların ötesinde hisâbî cebire en büyük katkısı, Semev'el el-Mağribî'de gördüğümüz cetvelleme yöntemini, daha etkin bir şekilde polinom denklemlerinin kökünü bulmak, yani yüksek dereceden denklemlerin çözüm kümesine daha dakik ve daha kolay bir şekilde ulaşmak için kullanmasıdır.

İslâm dünyasının Mağrib matematikçilerine gelince, makalenin odak noktası bağlamında üç isim ve cebir çalışmaları öne çıkar. Bunlardan kronolojik olarak ilki cebir ilminde bilinen ilk manzum eserin sahibi İbnü'l-Yâsemîn'dir (ö. 601/1204-1205). *Urcûzetü'l-Yâseminiyye fî ilmi'l-cebr ve'l-mukâbele* adlı meşhur eserinde yaklaşık kırk beyitle Harezmî'nin ortaya koyduğu üzere denklemlerin çözüm ilkelerini özetlemektedir. *Urcûze* analitik cebirin manzum bir çalışmayla etkin bir şekilde ifade edilebildiğini gösterdiği için sözkonusu gelenekteki köşe taşlarından biri olarak görülebilir. Mağrib matematik geleneğini temsil eden ve asırlar boyunca pek çok şerh ve haşiyeye konu olan telif[24] saf hisâbî cebir yaklaşımının görüldüğü ilk manzum eserlerdendir. İbnü'l-Yâsemîn'in İbnü'l-Hâim ve Sıbtu'l-Mardinî gibi Osmanlı matematik geleneğinde önemli rol oynayan matematikçiler tarafından şerh edilme-

22 Risalenin tahkikli metni için bkz. Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-hendese fi'l-karni's-sâni aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî* (Beyrut: Merkez Dirâsâtu'l-Vahdeti'l-Arabiyye, 1998), 433-551.

23 Râşid ve Morelon, *Mevsûat*, 488.

24 Bu manzum eserin ve müellifin matematik ilminde yazdığı diğer manzum eserlerinin tahkikli metni, değerlendirmesi, şerh ve haşiyeleri ile ilgili tafsilatlı bilgi için bkz. İbnü'l-Yâsemîn, *Manzûmât İbn Yâsemîn fî â'mâli'l-cebr ve'l-hisâb*, thk. Celal Şevki (Kuveyt, 1988). *Urcûzetü'l-Yâseminiyye fî ilmi'l-cebr ve'l-mukâbele*'nin tüm şerh ve haşiyelerinin dökümüne, yazma nüshalarına ve metinlerinden bölümlere ulaşmak için bkz. Celal Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye fi'l-manzûmâti'l-Arabiyye* (Kuveyt, 1990.), 220-261.

si[25] ve bu şerhlerin ilim çevrelerinde mütedavil olması Osmanlı matematiğindeki hisâbî cebir karakterinin hem doğulu hem de batılı köklerini ve etkilerini göstermesi bakımından dikkate değerdir.

Mağrib matematikçilerinin ikincisi, "Bennâ Okulu"nun kurucusu İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî (721/1321-654/1254), sadece cebire tahsis ettiği *Kitâbu'l-Cebr ve'l-mukâbele*'si[26] ve çokça şöhret bulan ameli hesap kitabı *Telhîsu a'mâli'l-hisâb*'ının ikinci cüzünün ikinci kısmı "el-cebr ve'l-mukâbele"[27] ile saf hisâbî cebir geleneğinin Mağrib'de yayılmasını sağlayan isimdir. *Kitâbu'l-Cebr ve'l-mukâbele*'nin Ebu Kâmil'in cebir kitabı ve özellikle de onun Ebü'l-Kâsım el-Kureşî şerhinin bir nevi muhtasarı olduğuna dair tartışmalar olsa da, İbnü'l-Bennâ'nın eserinin teorik kısmında hesap işlemlerini bilinenler ve bilinmeyenler hesabı şeklinde ayrı ayrı incelemesi, dördüncü dereceden denklemleri özdeşlik ve çarpanlara ayırma yöntemlerinden faydalanarak çözmesi ve hiçbir şekilde hendesî ispat veya gösterime yer vermemesi, müellifin Mağrib matematik geleneğini yansıtan en tafsilatlı hisâbî cebir bilgilerini sunduğunu gösterir.[28]

Mağrib matematikçilerinden zikredilecek son isim ise "Bennâ Okulu"nun son dönem mensuplarından Kalasâdî'dir (ö. 891/1486). Müellifin uzmanlık alanları arasında ağır basan alan hesap olmasına rağmen, burada bahis açılmasının sebebi, Kalasâdî'nin, yaklaşık yüz yıl önce İbnü'l-Bennâ ile ilk nüveleri görülen hisâbî ve cebirsel notasyonu somut bir şekilde çalışmalarında göstermesidir.[29] Zira hisâbî cebir geleneğini savunan matematikçilerin, hendesî cebir geleneği taraftarlarına karşı kullandıkları, yüksek dereceden denklemlerle işlem yapabilme üstünlüğüne ilave olarak muhtemel silahları, cebirin öğretilmesini, öğrenilmesini ve asırlar boyu aktarımını kolaylaştıran sembollerle gösterimin en etkili bir biçimde ancak hisâbî cebir yöntemiyle uygulanabilmesidir.

25 Her iki şerh de tahkik edilerek değerlendirmelerle neşredilmiştir: İbnü'l-Hâim, *Şerhu'l-Urcuze el-Yaseminiyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele*, thk. Mehdi Abdülcevad, (Tunus); Sıbtü'l-Mardinî, *el-Lema'tü'l-Mardîniyye fî şerhi'l-Yâseminiyye*, thk. Muhammed Süveysi (Safat, 1983).

26 Eserin metin ve incelemesi için bkz. Saidan, *Târîh ilm el-cebr*, II, 505-585.

27 İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî, *Telhîsu Â'mâli'l-hisâb*, thk. Muhammed Süveysi, (Tunus, 1969), 73-77.

28 İhsan Fazlıoğlu, "İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî", *DİA*, XX, 532. Madde yazarı burada kitabın ismini *Kitâbü'l-Usûl ve'l-mukaddemât fi'l-cebr ve'l-mukâbele* şeklinde vermektedir.

29 *İbnü'l-Kunfûz'un* (ö. 772/1370) *İbnü'l-Bennâ'nın Telhîs'i üzerine yazdığı Hattu'n-nikâb an vechi'l-amel bi'l-hisâb* isimli şerhi de notasyon konusunda öne çıkan eserler arasındadır. Ancak müellifin şerh esnasında kullandığı nüsha veya nüshalarda gördüğü sembolleri mi geliştirdiği yoksa sembollerini kendisi mi ürettiği meselesi tartışmalıdır. Cebirde notasyonun doğulu matematikçilerle mi yoksa çok daha geç bir dönemde batılı matematikçilerle mi başladığı problemi ile ilgili olarak bkz. Salih Zeki, "Notation Algebrique chez les Orientaux", *Journal Asiatique* 9/11 (1898): 35-52. Makalenin tercümesi için bkz. Remzi Demir, "Salih Zeki Bey'in *Journal Asiatique*'de Yayımlanan 'Notation Algebrique Chez Les Orıentaux' Adlı Makalesi", *OTAM* 15 (1977): 333-353.

İslâm dünyasının doğulu ve batılı matematikçilerinin ardından bu iki coğrafyanın ortasında yer alan Anadolu topraklarındaki matematik tohumlarını yeşerten ve bir ormana dönüştüren matematikçiler ile onların hisâbî cebir geleneğine katkılarından söz etmek gerekirse, makalenin sınırları gözetilerek temsil kabiliyeti yüksek iki isim ve eserlerinden bahsedilebilir. Bunların biri *el-Fevâidü'l-Bahâiyye fi'l-kavâidi'l-hisâbiyye*'nin yazarı İbnü'l-Havvâm[30] (ö. 724/1324), diğeri de *eş-Şemsiyye fi'l-hisâb*'ı ile Nizâmeddin en-Nîsâbûrî'dir[31] (ö. 727-730/1326-1330'dan sonra). Her iki matematikçi de aslen Anadolulu olmasalar da eserleri üzerinden bilhassa eğitim-öğretim kurumları aracılığıyla kayda değer bir tesir yaratmışlardır. Bu tesirin gerçekleşmesi muhtemelen şu yolla olmuştur: VII./XIII. asırda İlhanlı hükümdarı Hülâgû'nun desteğiyle meşhur bilgin Nasîrüddin et-Tûsî (ö. 673-1273) Tebriz'in güneyinde Merâga şehrinde bir rasathane kurmuş, dönemin ileri gelen matematikçi ve astronomlarıyla burayı gözlem yapılan, eser üretilen ve üretilenlerin tedris edildiği bir matematik-astronomi okulu haline getirmiştir. İşte bu okulun doğrudan üyesi İbnü'l-Havvâm ile dolaylı üyesi Nizâmeddin en-Nîsâbûrî'nin başta matematik olmak üzere birçok çalışması, ilerleyen dönemlerde okulun tüm birikimiyle birlikte çeşitli bilginler eliyle Anadolu topraklarına getirilmiştir. İbnü'l-Havvâm'ın geleneğe katkısı kitabının cebir bölümüne polinom çarpımı ile bölümü, aritmetik diziler toplamı konularını ilave etmesi ve bölümü teorik bilgiler ve uygulamalı problemler şeklinde iki kısımda ortaya koymasıdır. Nîsâbûrî'ye gelince, polinom kökü çıkarma işlemi ile rasyonel sayıların dördüncü dereceden irrasyonel köklerine yaklaşma örneklerini cebir bölümü altında işleyerek hisâbî cebir geleneğinin yüksek dereceden denklemlerle işlem yapabilme gücünü arttırmayı hedeflemiştir.[32]

Tarih boyunca birikerek yükselen hisâbî cebir geleneği dağına hızlı bir tırmanışın ardından geleneğin on dördüncü ve on beşinci asırdaki zirvesi görülebilir. Fakat öncesinde, İbnü'l-Hâim'in "cebir ansiklopedisi" ve "cebir sözlüğü" vasıflarını hak edecek kadar kapsamlı bu eserini telif etme sebebi *el-Mukni*'nin İslâm matematik tarihi manzum eser geleneğindeki konum ve değerini belirlemek daha uygun olacaktır.

30 Müellif ve matematik kitabı ile ilgili ayrıntılı bilgi için bkz. İhsan Fazlıoğlu, "İbn el-Havvâm ve Eseri *Fevâidü'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye*: Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme" (yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi, 1993).

31 Müellif ve matematik kitabı ile ilgili ayrıntılı bilgi için bkz. Elif Baga, "Nizâmuddin Nisâbûrî ve *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb* Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi" (yüksek lisans tezi, Sakarya Üniversitesi,2007).

32 Osmanlı coğrafyasında genelde matematik özelde de cebir tarihi hakkında daha ayrıntılı bilgi için bkz. Elif Baga, "Osmanlı Klasik Dönemde Cebir" (doktora tezi, Marmara Üniversitesi, 2012).

II. İslâm Matematik Tarihinde Manzum Eser Geleneği

Arapça "inci dizmek, düzenlemek" anlamındaki *na-za-me* kökünden gelen *nazım* ve *manzume* kelimeleri genellikle şiir ve şiir telifi için kullanılırsa da his ve hayal boyutu olmayıp yalnız vezin ve kafiye unsurlarını taşıdığından didaktik şiir türü olarak bilinir.[33] Manzume, düz yazı ile de ifade edilebilmesi, nesnel bir olay örgüsüne yer vermesi ve gerçek anlamın ön planda olması gibi hususiyetleriyle şiirden ayrılır, ancak tarihi şiir kadar eskidir. Araplardan önce ilk kez eski Hint ve Yunan'da örneklerine rastlanan bu türün daha çok eğitim, yani öğrencinin öğrenmesi gereken şeyleri daha kolay ezberleyebilmesi amacıyla ortaya çıktığı düşünülmektedir. Öğretici niteliği bulunan ve "kaside" veya "recez" denilen ilk Arapça manzumelere cahiliye devrinde rastlanır. Ancak "kaside" ve "recez"in şiir tekniği bakımından iki farklı manzum tür olarak görülmesi ve bu türlerin olgunlaşması Emevî ve Abbâsî dönemlerine denk gelir. Halil b. Ahmed'in[34] (ö. 175/791) "recez"i aruz sistemine alması ve onunla aruz bahri oluşturması "urcûze" denilen daha uzun ve didaktik yönü ağır basan manzumelerin meydana gelmesine zemin hazırlamıştır.[35]

Abbâsî dönemi ve sonrasında ilmî faaliyetlerin ve eser teliflerinin hız kazanması gittikçe artan bilgileri bilhassa eğitim kurumlarında en hızlı ve kolay biçimde öğretme tekniklerinin ortaya çıkmasını ve gelişimini de beraberinde getirmiştir. Düz yazıdan sadece kafiye farkıyla ayrılan ve bu farkıyla ezberlemeyi kolaylaştıran manzumeler İslâm medeniyetinde dilden akaide, tıptan matematiğe hemen hemen her ilim dalında ortaya çıkarak hem ilimlerin tekâmülüne hem eğitim-öğretimin verimliliğine ciddi katkılarda bulunmuştur. İslâm medeniyetinin doğuşuyla başlayıp XIII./XIX. yüzyıla kadar devam eden manzum eser geleneğinde "kaside"den ziyade yukarıda bahsi geçen "urcûze" adlı nazım türü kullanılmıştır. Bu durumun muhtemel sebebi kasidede tüm beyitlerin ikinci şatırlarının[36] manzume boyunca seçilen kafiye harfine göre yazılması gerekirken, urcûzede her beytin şatırlarının sadece kendi aralarında kafiyeli olmasının yeterli olmasıdır. Kısaca kafiyeye uyma konusunda ilkinin daha zor olması, müellifleri ikinci türe yöneltmiş olabilir. Ancak

33 İsmail Durmuş, "Şiir", *DİA*, XXXIX, 144.

34 Sayma tekniği olarak ifade edilebilen kombinatoryal analiz İslâm medeniyetinde ilk defa dilci Halil b. Ahmed'in Arap harflerinden anlamlı kelime üretme çalışmalarıyla ortaya çıkmıştır. Başta cebir olmak üzere dil ve felsefe gibi alanlarda uygulamalarını bulan yöntemin ayrıntılı açıklamaları için bkz: Rüşdi Râşid, "Matematik", *DİA*, XXVIII, 132; Ahmed Djebbar, "Combinatorics in Islamic Mathematics", *Encyclopaedia of the History of Science, Technology and Medicine in Non-Western Cultures*, ed. Helaine Selin (Dordrecht: Kluwer, 1997), 230-232.

35 Kemal Tuzcu, "Klasik Arap Şiirinde Didaktik Şiirler", *Ankara Üniversitesi DTCF Dergisi* 47/2 (2007): 148-150.

36 Beytin iki parçasından her birine verilen isim.

İbnü'l-Hâim zora talip olduğunu kanıtlamak istercesine selefleri ve çağdaşlarının aksine *el-Mukni*'yi kaside formunda telif etmiştir. Belki de nazım boyunca aynı kafiye kullanıldığından eser, hıfzı en kolay ve hızlı eserler arasında görülmüş ve eğitim kurumlarında en çok ezberlenen eserler arasına girmiştir.[37]

İslâm medeniyeti matematik tarihi boyunca ilm-i aded, ilm-i hisâb, ilm-i cebir, ilm-i misâha ve ilm-i hendese dallarında telif edilen manzum eserlere gelince, öncelikle günümüze ulaşabilen çalışmaların VI./XII.-XIII./XIX. asırlar arasına ait olduğu söylenebilir. Toplamda sayısı doksanı bulan manzum eserlerin büyük kısmı ilm-i hisâb ve ilm-i cebir alanlarındadır. Bu doksan farklı çalışma arasında yaygınlık, yani en fazla nüsha sayısına sahip olma ve üzerine en çok çalışma yapılma kriteri açısından bir sıralama yapmak gerekirse:

i. İbnü'l-Yâsemîn'in (ö. 601/1204) *el-Urcûzetü'l-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele*'si elliye yakın kendi nüshası, yirmi iki farklı şârihten[38] yüz seksen civarı şerh nüshası ve otuz üç haşiye nüshası ile en mütedavil manzum eserdir.

ii. İbnü'l-Hâim'in (ö. 815/1412) *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele*'si yirmi beş civarı kendi nüshası, yedi farklı şârihten yaklaşık doksan şerh nüshası ve dört haşiye nüshası ile diğer bir mütedavil çalışmadır.

iii. İbn Gâzî el-Miknâsî'nin (ö. 919/1513) İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî'nin *Telhîsu A'mâli'l-hisâb*'ının bazı ilavelerle nazma çekilmiş şekli olan *Münyetü'l-hussâb fî ilmi'l-hisâb*'ı yaklaşık on beş kendi nüshası, dört farklı şârihten[39] otuz civarında şerh nüshası ile yaygın eserler arasında sayılmayı hak etmektedir.

Son olarak İslâm matematik tarihi boyunca riyazî ilimler alanında telif edilen manzum eserlerin günümüze ulaşan nüshaları ışığında hangi dallarda ne kadar çalışma yapıldığına dair istatistiksel bir bilgi sunulabilir.[40] Buna göre:

37 Sonja Brentjes, "Teaching the Mathematical Sciences in Islamic Societies Eighth Seventeenth Centuries", *Handbook on the History of Mathematics Education*, ed. Alexander Karp ve Gert Schubring, (Newyork: Springer, 2014), 96.

38 *Urcuzetü'l-Yâsemîniyye*'nin şerhlerinden en yaygınları Sıbtu'l-Mardînî'nin (ö. 907/1501) *el-Lüma'tü'l-Mardîniyye fî şerhi'l-Yâsemîniyye*'si ve İbnü'l-Hâim'in *Şerhu'l-Urcûze el-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele*'sidir.

39 Şarihlerden biri de müellifin bizzat kendisidir. *Buğyetü't-tullâb fî şerhi Münyetü'l-hussâb* adlı şerhi manzumesinden daha fazla şöhret bulmuş, ilki Fas'ta 1899'da, diğeri de Halep'te 1983'te olmak üzere iki defa yayınlanmıştır. Manzumenin içeriği ve şerhinin nüshaları hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye*, 288-296.

40 Bu istatistikî bilgiler Celal Şevki'nin *el-Ulûmu'l-akliyye* adlı eserindeki veriler kullanılarak tarafımızdan hazırlanmıştır (s. 211-338).

1. İlm-i Hisâb (Kesir hesapları da dâhil) %40
2. İlm-i Cebir (Kök hesapları da dâhil) %20
3. İlm-i Aded %10
4. İlm-i Misâha %9
5. İlm-i Hendese %6
6. İlm-i Ukûd (Parmak hesabı) %6
7. İlm-i Riyâzî (Genel matematik manzumeleri) %5
8. İlm-i Ferâiz %4

III. Müellif: İbnü'l-Hâim

Ebü'l-Abbâs Şihâbüddîn İbnü'l-Hâim ismiyle anılan müellif Mısır'ın Karafe bölgesinde 753/1352-3 yahut 756/1355 yılında doğmuş, fıkıh, Arap dili, feraiz ve hesap ilimleri üzerine çalışmalar yaparak bu alanlarda döneminin önde gelen isimlerinden olmuştur. Ömrünün yaklaşık olarak ilk yarısını Kahire'de çeşitli hocalardan dersler alarak ve kendini yetiştirerek geçirmiş, diğer yarısını da Kudüs'te, kayda değer ilmî birikimiyle öğrenci yetiştirmeye ve bu öğrenciler için eserler telif etmeye adamış ve 815/1412'de Kudüs'te vefat etmiştir. Yaklaşık son yirmi yılını medreselerde müderris ve yönetici olarak geçirmesi ve talebelerle iç içe olması muhtemelen onu pedagojik yönü ağır basan çalışmalar üretmeye itmiştir. Bilhassa, feraiz de dâhil olmak üzere matematik çalışmalarında kullandığı tasnif, sistem, dil ve açıklama tarzı bu durumun kanıtı sayılabilir. Günümüze ulaşan kırk civarındaki eserinin konularına bakıldığında onu, öncelikle matematikçi, sonra da fakih olarak nitelemek mümkündür.

Bazı matematik çalışmalarında[41] Nûreddin el-Cilâvî'ye atıfta bulunmasından bu alandaki hocalarından birinin Cilâvî olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca Şeyhülislâm Sırâcüddin Ömer b. Raslân el-Bulkînî (ö. 805/1403), Şeyh Cemâlüddin el-Emyûtî (ö. 790/1388), İbnü'l-Hâtim ve Abdurrahman b. Hüseyin el-Irâkî'den de dersler aldığı söylenebilir.[42] Öğrencilerine gelince, uzun yıllarını tedris faaliyetlerine adama-

41 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'*, Chester Beatty nr. 3881, vr. 2a (müellif nüshası); İbnü'l-Hâim, *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele*, Süleymaniye Kütüphanesi, Reisülküttab nr. 1191, vr. 59b; İbnü'l-Hâim, *el-Ma'ûne fî ilmi'l-hisâbi'l-hevâî*, thk. Hudayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî, (Bağdat: Dâru'l-Âsâr ve't-Turâs, 1988), 28; İbnü'l-Hâim, *Şubbâk el-Münâsehât*, King Saud University nr. 1044, vr. 1b.

42 İbnü'l-Hâim, *el-Ma'ûne*, 28; İbnü'l-Hâim, *et-Tıbyân fi tefsiri garîbi'l-Kur'ân*, thk. Fethi Enver Dabulî (Kahire: Dâru's-Sahâbe, 1992), 23; İbnü'l-Hâim, *el-Fusûl fi'l-ferâiz*, thk. Abdülmuhsin b. Muhammed b. Abdülmuhsin Munif (Riyad, 1994), 11-13.

sından birçok öğrenci yetiştirdiği tahmin edilebilir. Bunlar arasından en meşhuru İbnü'l-Hacer el-Askalânî'dir.[43]

Oldukça üretken bir âlim olan İbnü'l-Hâim cebir, hesap ve feraiz dallarında olmak üzere yaklaşık[44] on sekiz matematik eseri telif etmiştir. Bu eserlerin büyük bir kısmı yaklaşık iki yüzyıl boyunca bilhassa Osmanlı medeniyeti âlimleri ve medreseleri çevresinde mütedavil olmuş, şerh ve haşiyeler yazılmıştır.[45] Şöhret bulmuş teliflerinin birkaçı, hesap ansiklopedisi görünümü çizen *el-Ma'ûne fî ilmi'l-hisâbi'l-hevâî* ve muhtasarı *el-Vesîle ilâ sınâati'l-hevâi*, *el-Lüma' fi'l-hisâb*, *Mürşidetü't-tâlib ilâ esne'l-metâlib* ve muhtasarı *Nüzhetü'n-nuzzâr fî sınâati'l-gubâr*, İbnü'l-Bennâ'nın (ö. 721/1321) *Telhîsu A'mâli'l-hisâb*'ının muhtasarı *el-Hâvî fi'l-hisâb*, *Şerhu'l-Urcuzeti'l-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele* ve *el-Fusûl fi'l-ferâiz* olarak sıralanabilir.

Eserlerinin bu kadar çok rağbet görmesinin muhtemel sebepleri (i) hem hindî ve hevâi hesabında hem de cebirde dönemin eğilimlerine uygun olarak tamamen analitik çözüm yöntemlerini tercih etmesi, (ii) uzun yıllar medrese çevresinde olması hasebiyle öğrencilerin ihtiyaçlarını çok iyi bilip ona uygun bir yazım tekniği geliştirmesi ve (iii) çalışmalarını farklı ihtiyaçlara cevap verecek şekilde geniş-orta-kısa hacimlerde yeniden üretmesi şeklinde sıralanabilir. Son sayılan sebebin en güzel örneği cebir alanındaki *el-Mukni'* şerhi *el-Mümti'* ve muhtasarı *el-Müsri'* üçlemesidir.

IV. Telifler: *el-Mukni'* ve Şerhi *el-Mümti'*

el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele[46] İbnü'l-Hâim'in cebir ve mukabele ilmi hakkında elli dokuz beyitten meydana gelen kaside şeklindeki telifidir. *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'* ise bu cebir kasidesinin kendi yazdığı şerhidir. Bu şerhin ardından müellif gelen talepler doğrultusunda şerhini kısaltarak *el-Müsri' fî şerhi'l-Mukni'*[47] adlı bir muhtasar kaleme almıştır. Bazı kaynaklarda ve yazma eser kataloglarında *el-Müsri'*'nin de *el-Müsmi'* adlı bir muhtasarı olduğuna dair bilgiler mevcuttur. Eserin tüm

43 Öğrencileri ile ilgili ayrıntılı bilgi için bkz: İbnü'l-Hâim, *el-Ma'ûne*, 32-34.

44 Bazı eserleri yarım olduğundan bazısının da nüshası günümüze ulaşmadığında kesin bir sayı vermek mümkün değildir. Ayrıntılı bilgi için bkz. Fazlıoğlu, "İbnü'l-Hâim", 63-65.

45 Brentjes, "Teaching the Mathematical Sciences", 106; Cevat İzgi, "Osmanlı Medreselerinde Aritmetik ve Cebir Eğitimi ve Okutulan Kitaplar", *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* I (1995): 145.

46 Araştırmalar neticesinde eserin halen yazma şeklinde olduğu, ancak küçük bir bölümünün Celal Şevki'nin manzum eserler hakkındaki kitabında örnek olarak gösterildiği tespit edilmiştir. *el-Mukni'* ile ilgili daha fazla bilgi için bkz. Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye*, 268-282.

47 Yazarın 810/1408 tarihinde yani *el-Mümti'* şerhinden beş gün sonra Mescid-i Aksa'da tamamladığı *el-Müsri' fî şerhi'l-Mukni'*'nin müellif nüshası Musul'daki Ahmediye kütüphanesi 107 numarada kayıtlıdır. Bu eser ayrıca Laleli 3747 ve 3752 numaralarda da mevcuttur. *el-Müsri'* ile ilgili daha fazla bilgi için bkz. Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye*, 272-273.

nüshaları Türkiye dışında bulunduğundan *el-Müsmi*'nin *el-Müsri*'nin muhtasarı mı olduğu, yoksa *el-Müsri*'nin kendisiyle mi karıştırıldığı tespit edilememiştir.[48] Dönemin cebir birikimiyle ilgili mümkün olabilecek en fazla bilgiyi içermesi bakımından üç telif arasından en genişi olanı *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'* ayrıntılı incelemeye konu olmuştur.

1. *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele*

İslâm matematik tarihinde İbnü'l-Yâsemîn'in *el-Urcûzetü'l-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele* adlı manzumesinden sonra üzerine en çok çalışma yapılmış ve mütedavil olmuş manzum eser İbnü'l-Hâim'in *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele*'sidir. Henüz müstakil bir çalışmaya konu olmayan manzumenin tespitlere göre yirmi beş civarında nüshası günümüze ulaşmıştır.[49]

Eseri kısaca tanıtmaya muhtevasından başlamak gerekirse, altı beyitlik bir girişin ardından "bilinmeyen türlerin isimleri, mertebeleri ve üsleri", "toplama ve çıkarma", "çarpma ve bölme", "altı cebirsel denklem" ve "fasl/bölüm" olmak üzere beş başlık altında ortaya konulur.[50]

Girişte dua beyitlerinin ardından hocası Cilâvî'ye atıfta bulunur ve cebir ilminin yüceliğini, bu ilme sadece riyazi ilimlerde yetenekli seçkinlerin meylettiğini vurgular. Ayrıca kasidesinin cebir ilminin özünü ihtiva ettiğini ve basiret sahiplerine de bu kadarının yeteceğini ileri sürer.[51]

İlk başlık altında cebir ilminin aslî terimleri olan *cezr* (x), *mâl* (x^2), *ka'b* (x^3) ve bu terimlerden türeyen diğer terimleri zikreder. Buna ilave olarak "şey" ile "cezr" ve "ka'b" ile "muka'ab" arasındaki ince ayrımlara işaret ederek cebirdeki önemli tartışma noktalarından birini ortaya koyar.[52]

İkinci başlık beş beyitten oluşur ve cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma yapmanın keyfiyeti üzerinedir.

48 Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye,* 273-274.

49 *el-Mukni'*nin başlangıç ve bitiş beyitleri, yazma nüshaları, şerh ve haşiyeleriyle onların da nüshaları hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye*, 268-283; İbnü'l-Hâim, *el-Ma'ûne*, 43-44; Boris A. Rosenfeld ve Ekmeleddin İhsanoğlu, *Mathematicians Astronomers and Other Scholars of İslâmic Civilizations and Their Works* (Istanbul 2003), 246.

50 İbnü'l-Hâim, *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele*, Süleymaniye Kütüphanesi Reisülküttab nr. 1191, vr. 59a-61b.

51 İbnü'l-Hâim, *el-Mukni'*, vr. 59b.

52 İbnü'l-Hâim, *el-Mukni'*, vr. 59b-60a.

Üçüncü başlık ise temel hesap işlemlerinden çarpma ve bölmenin cebirsel ifadelere tatbikini konu edinir.

Cebir ilminin kalbini teşkil eden “altı cebirsel denklem” başlığı altında müellif, *aded* (sayı), *şey* (x) ve *mâl* (x^2) üçlüsünün ikili ve üçlü kombinasyonlarının yapılmasıyla ortaya çıkan altı denklem türü ve bu denklem türlerinin ayrı ayrı çözüm formüllerini zikreder.

Son başlık olan fasl/bölüm ise bir nevi önceki başlığın devamıdır ve altı denklem formülüne uymayan problemleri/denklemleri uygun hale getirme yöntemleri hakkındadır.

el-Mukni‘nin içeriği ile ilgili özellikleri şerhi *el-Mümti*‘ üzerinden açıklanacağından burada sadece şeklî özelliklerinden bahsedilecektir. Buna göre eser elli dokuz beyitten oluşur ve bir aruz bahri olan “bahr-ı tavîl” nazım türüyle yazılmıştır. Kafiye harfi olarak “lâm” harfi kullanılmıştır, bu yüzden eser *Lâmiyyetu İbni’l-Hâim* olarak da bilinir.

Bundan başka müellif son iki beytinde telifini nerede ve hangi tarihte tamamladığını bildirmektedir. Ancak bunun için farklı bir yol seçmiştir:

وأبياتها تسع وخمسون انشئت   بالأقصى وشهر اليمن فهي تطاول
ربيع من العام الذي ضبط عدّه   بدال وضاد فالبناء متكامل[53]

Kasidenin beyitleri elli dokuzdur, Aksâ’da bereket ayında (rebîülevvel) telif ettim, o üstün gelir.

(O ay) sayısı “dâl” ve “zâd” ile gösterilen senenin dörtte biridir, (işte o zaman) kaside tamamlanmıştır.

Bu beyitlere göre İbnü’l-Hâim *el-Muknî*‘yi, ebced hesabına göre “dâl=4” ve “zâd=800” olduğundan, hicri 800 + 4 = 804 (m. 1401) senesinin peygamberimizin doğduğu ay olması hasebiyle bereket ayı olarak isimlendirilen ve aynı zamanda senenin dörtte birinci ayı (ربيع من العام) olan rebîülevvel ayında Mescid-i Aksâ’da tamamlamıştır.

53 İbnü’l-Hâim, *el-Mukni*‘, vr. 61b.

2. *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'*

el-Mukni' üzerine yapılan ikisi anonim olmak üzere toplam yedi farklı şerhten en kapsamlısı müellifin bizzat kendisine ait olan *el-Mümti*'dir. Şimdiye kadar herhangi bir çalışmaya konu olmayan telifin[54] araştırmalara göre müellif nüshası dâhil yirmiye yakın nüshası günümüze ulaşmıştır.[55] İbnü'l-Hâim bu eserini manzumesini telif ettikten altı sene sonra 13 Cemaziyülevvel 810 / 12 Ocak 1407'de yine Mescid-i Aksâ'da tamamlamıştır.[56]

a. İçerik

İbnü'l-Hâim *el-Mümti*'nin girişinde cebir ilminin amaçlarını zikrederken aynı zamanda muhteva bilgisi de vermektedir. Müellife göre cebir ilminin amacı ve bu amacı gerçekleştirmek için eserini telif şekli şöyledir:

i. "Şey", "mâl", "ka'b", "mâlü'l-mâl", "mâlü'l-ka'b", "ka'bü'l-ka'b" ve sonrakiler gibi cebir ehlinin kullandığı terimlerin anlamlarının açıklanması ve bunların mertebe ve kuvvetlerinin bilgisinin verilmesi.

ii. Cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve kök alma işlemlerinin açıklanması.

iii. Herhangi bir denklemin kendisine indirgenebildiği altı denklem türünün açıklanması ve bu denklemlerin çözüm kümesine ulaşmak için çeşitli yöntemlerin verilmesi.

iv. Denklemin, altı denklem türünden birine çıkana kadar ele alınmasının keyfiyeti ve kullanılacak yöntemler.

Ona göre ilk madde giriş olarak, son madde de iki ve üçüncü maddelerin neticesi olarak değerlendirilebilir. Bu durumda *el-Mümti'* bir giriş, iki fasıl ve bir de sonuç bölümünden meydana gelmektedir.[57]

Müellifin yukarıda verdiği muhteva bilgisi çok özet olduğundan ve şerhinde alt başlıklara yer vermeyip metni "tenbihler", "emirler", "meseleler" ve "suretler" gibi maddeler üzerinden inşa ettiğinden anlatılan konulara uygun başlıklar tarafımızdan takdir edilerek aşağıda ayrıntılı bir içerik bilgisi sunulacaktır.

54 Yazma eserin müellif nüshasından tahkik ve tercümesi tarafımızdan hazırlanmış olup yakın zamanda yayınlanacaktır.

55 Çalışma boyunca eserin Chester Beatty 3881 numaralı müellif nüshası kullanılacaktır. Diğer nüshaları için bkz. Şevki, *el-Ulûmu'l-akliyye*, 271; İbnü'l-Hâim, *el-Maûne*, 28; Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians Astronomers*, 246.

56 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 68b.

57 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 2b.

Mukaddime: Hamdele, salvele, eserin yazılış amacı, ismi, cebir ilminin tanımı ve kurucusu Muhammed b. Mûsa el-Harezmî'ye atıf. (1b-2a)

Bilinmeyen Türlerin İsimleri, Mertebeleri ve Üsleri (2b-9b)

Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma

Birinci Mesele: Ortak/müttefik toplama ve çıkarma (9b-10a).
İkinci Mesele: Aykırı/muhtelif toplama ve çıkarma (10a-12a).
Üçüncü Mesele: Kendisinde istisna/Negatiflik bulunan çıkarma (12a-13a).

Dördüncü Mesele: Taraflarının Biri veya İkisinde İstisna Bulunan Denklemdeki İstisnanın Yok Edilmesinin Yönteminin Beyanı Hakkındadır (13a-14b).

Cebirsel İfadelerle Çarpma

Birinci Kısım: Sayının türle çarpımı (15a-15b).
İkinci Kısım: Türün türle çarpımı (15b-18b).

- Tek terimlinin tek terimli ile çarpımı.
- Tek terimlinin çok terimli ile çarpımı.
- Çok terimlinin çok terimli ile çarpımı.

Üçüncü Kısım: Negatif Terimli Çarpma (18b-21b).
Dördüncü Kısım: Bölmeli Çarpma (21b-23b).

- Kesirli ile kesirli olmayanın çarpımı.
- Kesirli ile kesirlinin çarpımı.

Beşinci Kısım: Negatif terimli ve bölmeli çarpma (23b-24a).

Cebirsel İfadelerle Bölme

Terim sayısına göre taksim (24a-26b).

- Tek terimlinin tek terimliye bölümü.
    - Türün türe bölümü.
    - Sayının türe bölümü.
    - Türün sayıya bölümü.
- Çok terimlinin tek terimliye bölümü.
- Tek terimlinin çok terimliye bölümü.
- Çok terimlinin çok terimliye bölümü.

Bölünen ve bölenin negatif terim ve/veya kesir içermesine göre taksim (26b-29a).

- Negatif terimlinin pozitif terimliye bölümü.
- Kesirli terimin kesirsiz pozitif terime bölümü.
- Kesirli ve negatif terimlinin kesirsiz pozitif terime bölümü.
- Kesirsiz pozitif terimlinin kesirli terime bölümü.
- Kesirsiz pozitif terimlinin kesirli ve negatif terimliye bölümü.
- Negatif terimlinin kesirli terime bölümü .
- Negatif terimlinin kesirli ve negatif terimliye bölümü.
- Kesirli terimin kesirli terime bölümü
- Kesirli ve negatif terimlinin kesirli terime bölümü.
- Negatif terimliye veya sayı ve türden ya da iki tür ve daha fazlasından bileşik olana bölme.
- Kesirsiz pozitif terimlinin kesirli ve bölümlü terime bölümü.
- Kesirli ve negatif terimlinin kesirli ve negatif terimliye bölümü.

Tek ve Çok Terimlinin Karekökünü Çıkarma

- Tek terimlinin kökünü alma (29a-29b).
- Çok terimlinin (polinomun) kökünü alma (29b-30b).
    - Terim sayısı çift olan polinomların kökü yoktur.
    - Terim sayısı tek olan polinomların karekökü.
    - İstikra/tümevarım (31a-32a).

Altı Cebirsel Denklem

- Basit/yalın denklemler (32a-37b).
- Bileşik/katışık denklemler (37b-42a).
- Uyarılar.
    - İki tam kare varsayarak bileşik denklem oluşturma yöntemi (42a-42b).
    - İlk bileşik denklem türünün illeti (42b-43a).
    - İkinci bileşik denklem türünün illeti (43a-44a).
    - Üçüncü bileşik denklem türünün illeti (44a-44b).
    - İlk bileşikteki tam kareyi bulmanın formülü (44b-45a).
    - Üçüncü bileşikteki tam kareyi bulmanın formülü (45a-45b).
    - İkinci bileşikteki tam kareyi bulmanın formülü (45b-46b).
    - İlk bileşik denklemi ilk veya üçüncü yalın denkleme dönüştürme formülü (46b-47a).

• İkinci bileşik denklemi ilk veya üçüncü yalın denkleme dönüştürme formülü (47a-47b).

• Üçüncü bileşik denklemi ilk veya üçüncü yalın denkleme dönüştürme formülü (47b-48b).

Denklemleri Altı Türden Birine Dönüştürmenin Keyfiyeti

▪ Denklemi Cebir/Tekmil ve Hatt/Redd Yöntemleriyle Dönüştürme (48b-51b).

• Birinci Yöntem/Formül.

• İkinci Yöntem/Formül.

▪ Bileşik Denklemleri Cebir ve Hatt Olmaksızın Çözme Formülleri (51b-53a).

▪ Bileşik Denklemlerde Cebir ve Hatt Olmaksızın mâl/x^2'yi Bulma Formülleri (53a-54b).

Teznîb: Cebirsel Denklemlerin Sayısının Sınırlanamayacağı Hakkında (54b-57a)

▪ Basit denklemlerin sayısının sınırlanamayacağına dair örnekler (57a-57b).

▪ Katışık denklemlerin sayısının sınırlanamayacağına dair örnekler (57b-58b).

▪ Denklemdeki değişkenlerin üsleri ardışık değilse çözüm yöntemi (58b-59b).

▪ Denklemdeki değişkenlerin üsleri ardışık ise çözüm yöntemi (59b-60a).

▪ *Yâsemînî* Şerhinden Alıntılar.

• Birinci bahis: Denklemin "mümkün" olmasının şartları (60b-61b).

• İkinci bahis: Denklemin verilenleri (61b-62b).

• Üçüncü bahis: Denklemi ele almanın keyfiyeti (62b-66a).

▪ Çeşitli problemler (66a-68b).

b. Eserin Genel Özellikleri

i. Mufassal şerh: Öncelikle eserin tafsilatlı şerh yöntemi kullanılarak telif edildiğini belirtmek gerekir. Buna göre İbnü'l-Hâim şerh edeceği eserin kendisine ait olmasının verdiği rahatlıkla manzumeyi enine boyuna her açıdan açıklamakta, kelimeleri harekeleyerek izah etmeye varan dilsel ayrıntılara girmektedir.

لفخر الزمان المنتمى لجلاوة   على عليه سحب جود هواطل

و«السحب» جمع سحابه، و«الجود» بفتح الجيم المطر الفزير، و «الهواطل» نعت للسحب وهو جمع هاطلة من الهطل وهو تتابع المطر والدمع وسيلانه.

"Suhub" sehâbe'nin çoğulu ve "cevd" –cim'in üstün almasıyla– sağanak (fezir) yağmurdur. "el-Hevâtıl" suhub'un sıfatı ve el-hatl'dan hâtıle'nin çoğuludur. Yağmur ve suyun/gözyaşının (dema') devam etmesi ve akmasıdır.

ii. Güçlü kavramsal analiz: Eserde ilk göze çarpan nokta cebir ilminin o döneme kadar kullanılan tüm kavramlarının/terimlerinin, aralarındaki ince farklara da dikkat çekerek tanımlanması ve örneklerle ortaya konulmasıdır. Bu bakımdan *el-Mümti'* aynı zamanda bir "cebir bilimi sözlüğü" olarak da nitelendirilebilir. Büyük oranda eserin ilk başlığı olan "bilinmeyen türlerin isimleri, mertebeleri ve üsleri" başlığı altında oluşturulan bu sözlük belirli bir tasnif içinde sunulur. Buna göre bilinmeyen türler hem isimleri hem de üs ve mertebeleri bakımından evvela asli ve fer'i olmak üzere iki sınıfa ayrılmakta, sonra kendi içlerinde bölünmektedir.[58] Cebirsel terimlerin ayrımında gösterilen hassasiyete örnek vermek gerekirse:

إن المال يرادفه المربع، والمجذور عند من أطلق المال على المعلوم والمجهول. والمسطح والسطح والبسيط أعم من كل منها لأن المسطح ما قام من ضرب عدد في عدد سواء كان متساويين ام متفاضلين معلومين ام مجهولين ام مختلفين، وكذلك السطح والبسيط، وكذلك الضلع أعم من الجذر. إذ كل جذر ضلع، وليس كل ضلع جذرا كما أن كل مال ومربع ومجذور، مسطح وسطح وبسيط من غير عكس كلي.[59]

*Mâl*ı bilinen ve bilinmeyene uygulayanlara/genelleştirenlere göre *murabba* ve *meczûr*, mâlın eş anlamlısı olur; *musattah*, *sath* ve *basit* onların hepsinden daha geneldir. Çünkü sayının sayı ile çarpımından kaim olan musattah, (o iki sayı) eşit, mutefadıl/ardışık, bilinen, bilinmeyen veya muhtelif olsa da aynıdır fark etmez; sath ve basit de böyledir. *Dıl*'ın *cezr*den daha genel olması da bunun gibidir. Çünkü her mâl, murabba ve meczûrun, musattah, sath ve basit olması ancak tam tersinin olmaması gibi her cezr, dıl'dır; ama her dıl' cezr değildir.

Cebir kavramlarıyla ilgili diğer bir husus ilmin doğuşundan itibaren *şey* ve *cezr*in zihinlerde soru işareti bırakan kullanım tarzıdır. İlk asırlarda kavramların kapsam ve içeriklerinin çok açık ve kesin bir biçimde belirlenememiş olması doğal olsa da, ilerleyen dönemlerde bu konuda fikir birliğinin sağlanması beklenebilir. İbnü'l-Hâim bu beklentiye cevap vererek konuya açıklık getirir:

فنبه بالبيت على أن بينهما عموما وخصوصا من وجه وهو المختار، لان كل أمرين اجتمعا في محل صدقا وانفرد كل منهما عن الآخر بالصدق في محل آخر كانا كذلك. فاذا فرض المجهول شيأ وضرب في مثله فالمضروب شيء وجذر فهذا محل تصادقهما. واذا لم يضرب في مثله، فلا يسمى جذرا فهذا محل انفراد الشيء بالصدق عن الجذر. واذا ضرب عدد معلوم في مثله، فالمضروب جذر ولا يسمى شيأ في الاصطلاح المشهور فهذا محل انفراد الجذر بالصدق عن الشيء.[60]

58 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 2b-9b.

59 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 4a.

60 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 4b-5a.

Beyitte o ikisi (şey ve cezr) arasında eksik girişimlilik olduğuna dikkat çekti ki tercih edilen de budur. Zira aynı mahalde bulunabilen ve başka mahalde bulunabilmekle birbirinden farklılaşan iki şeyin durumu böyledir. **Bilinmeyen, şey olarak farz edildiğinde ve aynıyla çarpıldığında çarpılan, şey ve cezrdir ve bu durum o ikisinin ortak oldukları mahaldir. Eğer (bilinmeyen) aynıyla çarpılmazsa cezr olarak isimlendirilmez**. **Bu (durum) *şey*in cezrden ayrıştığı (infirâd) noktadır**. Bilinen sayı aynıyla çarpıldığı zaman, çarpılan cezrdir, meşhur ıstılahta şey olarak isimlendirilmez, **bu (durum) cezrin *şey*den ayrıştığı (infirâd) noktadır**.

Müellif bu önemli ayrımdan başka kaʻb ve mukaʻab, menâzil ve merâtib, durûb-i sitte ve mesâil-i sitte kavramlarının benzerlik ve farklarını da ortaya koyar.[61]

iii. Basitten karmaşığa öğretim ilkesi: *el-Mümti*ʻnin diğer bir özelliği eserin bütününün tasnifinden konuların kendi içindeki düzene kadar her yerde kolaydan zora doğru bir tasnif usulünün benimsenmesidir. Burada eğitsel kaygılar yanında müellifin insan zihninin çalışma prensibini dikkate alarak eser telif etme alışkanlığından da bahsedilebilir.

وقدم الجمع والطرح على الضرب والقسمة. لانّ الجمع والطرح أسهل عملا منهما وأقرب الى الذهن.[62]

Toplama ve çıkarmayı çarpma ve bölmenin önüne aldı. Çünkü toplama ve çıkarma çarpma ve bölmeden daha kolay ve zihne daha yakındır.

iv. Tahlili karakter: İbnü'l-Hâim'in dikkate değer analiz yeteneği sayesinde *el-Mümti*ʻ analitik hususiyetiyle öne çıkan bir eserdir. Bu durumun en açık örneği cebirsel ifadelerle hesap işlemleri bahsinde görülmektedir. Buna göre dört temel hesap işleminde, yani toplama, çıkarma, çarpma ve bölmede İbnü'l-Hâim her bir işlemden önce işlem yapacağı terimleri ortak-farklı, yalın-bileşik, negatif-pozitif, kesir, kök, mutlak sayı ve tür (x, x^2, x^3 ...) gibi kategorilere ayırır ve bunların birbirleriyle kombinasyonlarından meydana gelen tüm durumları tek tek örneklerle inceler. Bu açıdan *el-Mümti*'nin, müellifin *el-Urcûze* şerhi ile birlikte, İslâm medeniyeti cebir tarihindeki en kapsamlı cebirsel hesap işlemlerini ihtiva ettiği söylenebilir.[63]

v. Örneklerle açıklama: Ömrünün büyük bir kısmında eğitim-öğretim faaliyetlerinin bizzat içinde bulunmuş bir âlim olarak İbnü'l-Hâim'in tüm eserlerinde olduğu gibi *el-Mumti*ʻ sinde de sunduğu her konuda bol bol örnek vererek mevzuyu öğrenciye en iyi şekilde belletme özelliği kendini gösterir.

61 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti*ʻ, vr. 5a, 5b, 32b.

62 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti*ʻ, vr. 9b.

63 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti*ʻ, vr. 9b-29a; İbnü'l-Hâim, *Şerhu'l-Urcûze*, 134-206.

vi. Hisâbî cebir geleneği: *el-Mümti'*, içerisinde hiçbir hendesî örnek veya kanıt barındırmaması, verilen tüm örneklerin, yapılan tüm işlemlerin ve kanıtların sayısal/adedi bir şekilde ortaya konmasıyla saf hisâbî cebir karakteri gösterir. Buradan müellifin İslâm matematik geleneğinde ortaya çıkan hisâbî cebir ve hendesî cebir akımlarından ilkine dâhil olduğu sonucu çıkarılır. Zaten İbnü'l-Hâim çalışmasında mezkûr akımlar arasındaki tartışma konularına da yer vererek taraf olmasının gerekçelerini ortaya koyar. Müellifin bu tavrı, yani felsefi uzantıları da olan tartışma konularına girmesi, *el-Mümti'*nin matematik/cebir felsefesi bahisleriyle zenginleşen, "cebirsel kurallar mecmuası"nın ötesinde, cebir ile ilgili her şeyi bir araya getiren bir "ansiklopedi" seviyesine çıkmasını sağlar. Bu duruma bir örnek vermek gerekirse, İbnü'l-Hâim karşı tarafın iddialarını sıraladıktan sonra cevap vermeye şu cümlelerle başlar:

> ويترتب على ما ذكره: إن سلم سؤالان، أحدهما أن يقال فما فائدة ذكر مال المال ومال الكعب وما فوقهما في هذا العلم وثانيهما بطلان حصر المسائل الجبرية في الست المذكورة في النظم.[64]
>
> [Tâceddin Tebrizî'nin] zikrettiklerinden (şunlar/şu sorular) doğar/çıkar: Eğer iki soru kabul edilirse, biri "Bu ilimde mâlü'l-mâl, mâlü'l-ka'b ve sonrakileri (üstündekileri) zikretmenin faydası nedir?", ikincisi "Nazımda zikredilen cebirsel denklemlerin altı ile sınırlandırılmasının butlanı/iptali nedir?" denmesidir.

İbnü'l-Hâim karşı tarafın iddialarını tek tek şahıslara atıf yaparak sıraladıktan sonra yukarıdaki soruları sorar ve seleflerinden bilhassa da İbnü'l-Bennâ'dan istifade ederek dördüncü ve daha yüksek dereceden denklemlerin nasıl ve niçin var olduğunu, bu tür denklemlerin çözüm kümelerinin nasıl sağlanabileceğini gerekçe ve matematiksel örnekleriyle ortaya koyar.[65]

vi. Lafzi ifade tarzı: *el-Mümti'*nin burada sayılması gereken diğer bir özelliği, o dönemden günümüze ulaşan birçok matematik eserinin nüshalarında görüldüğü gibi tamamen notasyondan yoksun olması ve tüm matematiksel işlemlerin lafzi bir şekilde ifade edilmesidir. Bununla birlikte İbnü'l-Hâim eserinde zikrettiğimiz özellikle çelişen ifadeler kullanmaktadır.

64 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 55b.
65 İbnü'l-Hâim, *el-Mumti',* vr. 57a-60a.

أن اهل الاصطلاح لهم في التعبير عن العدد في المسائل الجبرية طريقان: فمنهم من يذكره مطلقا من غير قيد، فيتميز بذلك عن غيره، كان يقال: «ثلاثة وخمسة أشياء تعدل عشرة»، فتعلم أن الثلاثة والعشرة عددان وكذلك في الرسم بالهندي والغبار وتجعل لكل نوع علامة كالشين للأشياء والميم للأموال والكاف للكعوب وميمين لمال المال وهكذا، ...وهذا الطريق هو الذي سلكته في هذا الشرح غالبا لغرض الاختصار ومنهم من يميزه بتقييده بالدراهم او بالآحاد او بغير ذلك، فتقول ثلاثة دراهم او اربعة احاد او ثلاثة من العدد.[66]

Istılah ehlinin cebirsel denklemlerde sayının tabir/ifade edilmesinde iki yöntemi vardır: [i] onu (sayıyı) sınırlamaksızın mutlak olarak zikredenler de onlardandır (ıstılah ehlinden) ki bununla diğerlerinden ayırt edilirler; "üç artı beş şey, on'a eşit olur" denmesi gibi. Üç ve on'un sayı olduğunu, aynı şekilde hindî ve gubar (harfleri/rakamları) ile şekli/resmini biliyorsun. **Her bir tür için de alamet/notasyon yaparsın: şeyler için şın, mallar için mim, küpler için kef, mâl mâl için iki mim vb. gibi... Kısaltma amacıyla bu şerhte büyük oranda takip ettiğim yöntem bu yöntemdir.** [ii] Sayıyı dirhemler, onluklar ve bunun dışındakilerle sınırlayarak ayırt edenler de onlardandır (ıstılah ehlinden), "üç dirhem veya dört birlik veya sayılardan üç" dersin.

Bu cümlelerden İbnü'l-Hâim'in bugün kullandığımız cebirsel gösterime benzer bir tarzda denklemleri ifade ettiği anlaşılmaktadır. Ancak eserin nüshasında rakamlar dâhil hiçbir matematiksel ifadeye yer verilmemiştir. Sorunun köklerine inmek gerekirse, karşılaştığımız bu çelişkinin iki farklı açıklaması olabilir. İlkine göre, müellif eserinin çoğaltılması esnasında bir sözün kulaktan kulağa geçirdiği değişime benzer bir değişim geçirmesinden endişe ederek çalışmasını lafzi ve sembolik olmak üzere iki farklı nüsha şeklinde hazırlamış, ilkini isteyen herkesle paylaşırken ikincisini sadece bu ilimde vukuf sahiplerine vermiş olabilir. İkinci açıklamaya gelince, başka bazı eserlerde karşılaştığımız gibi müellif eserin başında vaad ettiği üslubu izlememiş olabilir. Kısaca her halükarda İslâm matematik tarihinin başlangıcından itibaren matematiği sembolleştirme çabalarının var olduğunu ve bu çabaların geçen her asırda kayda değer neticeler doğurduğunu kabul etmek gerekir. Zira hem bilinen hem de bilinmeyen hesabındaki ciddi yükselişin, büyük sayılarla yapılan aritmetik işlemlerin, sayfalar süren denklem çözme süreçlerinin sadece lafzi anlatımın gelişimiyle açıklanması mümkün değildir. Ancak hâlâ birçok matematik tarihçisi maalesef, eldeki verileri her yönden derinlemesine değerlendirmek yerine şekilsel ve yüzeysel olarak incelemekte ve İslâm medeniyeti matematiğinin on beşinci asır gibi geç bir dönemde dahi birkaç matematikçinin basit sembolleştirmeleri dışında notasyondan tamamen yoksun olduğunu iddia etmektedir.[67]

66 İbnü'l-Hâim, *el-Mumti'*, vr. 34b-35a.

67 Bu iddialara birkaç örnek vermek gerekirse: Florian Cajori, *A History of Mathematical Notations*, (Londra, 1928), I, 84-85, 93; J. Mazur, *Enlightening Symbols: A Short History of Mathematical Notation and Its*

Salih Zeki'nin de kanıtladığı gibi cebirsel notasyon VII./XIII. asır gibi geç (İslâm matematiğinin doğuşundan dört asır sonra) bir dönemde ve sadece birkaç Batı İslâm dünyası matematikçisinin elinde ortaya çıkmamıştır. Arap dilinin yapısından ve yukarıda bahsedilen problemlerden kaynaklanan sebeplerle İslâm matematiğinin ilk dönemlerinde telif edilmiş notasyona sahip eserler elimizde olmasa da sonraki dönemlere ait çalışmalarla hem Doğu hem de Batı İslâm dünyası matematikçilerinin başından beri cebirsel notasyondan haberdar oldukları ve tedrici olarak geliştirdikleri ispatlanabilir.[68]

İbnü'l-Hâim *el-Mümti*'de İslâm matematikçilerinin katışık denklem türlerinin sıralamasını ifade etmek için dahi sembolleştirme yaptıklarından bahsederken aynı matematikçilerin bizzat denklemlerin notasyonundan haberdar olmadıkları nasıl düşünülebilir ki!

وإن كان متفقا عليه في المركبات عند اهل الصناعة وقد ضبطوا ترتيبها بقولك عجم كما اشار اليه بصدر البيت الأول فالعين للعدد والجيم للجذور والميم للمال اي فينفرد العدد في الضرب الأول والجذر في الثاني والمال في الثالث، وبالله التوفيق.[69]

Zanaat ehli bileşiklerde müttefik olduğunda, ilk beyitin ortasında işaret ettiği gibi, **ayın aded, cim cuzûr ve mim mâl olmak üzere "acm" sözüyle onun tertibini kayda geçirdiler.** Yani ilk türde aded, ikincide cezir ve üçüncüde mâl yalnız bırakılır. Başarı Allah'tandır.

vii. "Tenbih/ler": Eserin zikredilmesi gereken son hususiyeti, müellifin metin boyunca on beş kez "tenbih" veya "tenbihler" şeklinde başlık açarak bu ilmi öğrenmek isteyenin dikkat etmesi gereken noktaları göstermesi ve bunu yaparken de diğer eserlerine atıflarda bulunmasıdır.

Hidden Powers (Princeton University Press, 2014); *Matematik Sembollerinin Kısa Tarihi*, çev. Barış Gönülşen (İstanbul: İş Bankası Yayınları, 2016); Jan Cizmar, "The origins and development of mathematical notation (a historical outline)", *Quaderni di ricerca in didattica* 9 (2000):103-123; Stephen Wolfram, "Mathematical Notation: Past and Future", MathML International Conference, 20 Ekim 2000.

68 Salih Zeki Efendi, "Notation algébrique chez les Orientaux", *Journal asiatique*, IX, 11, (1898): 35-52. Aynı makalenin tercümesi için bkz: Remzi Demir, "Sâlih Zeki Bey'in Journal Asiatique'de Yayımlanan 'Notation algébrique chez les Orientaux' Adlı Makalesi", *OTAM*, 15, (Ankara 2004): 333-353. İslâm medeniyeti matematiğindeki cebirsel sembolizmi, birincil kaynaklara derinlemesine nüfuz ederek tedkik eden çalışmalar da vardır. Örneğin bkz.: Jeffrey A. Oaks, "Algebraic Symbolism In Medieval Arabic Algebra", *Philosophica* 87 (2012): 27-83. Mehdi Abdülcevâd, "Ba's er-Rumûz fi'l-Hisâb ve'l-Cebr fi'l-Mağribi'l-İslâmî", el-Asru'z-Zehebî li'l-Ulûm fi'l-Buldânî'l-İslâmîyye: el-Mahtûtâtu'l-İlmiyye el-Meğâribiyye, (2011): 36-25.

69 İbnü'l-Hâim, *el-Mumti',* vr. 38a.

ولعمري أنه إن لم يكن قد احكم الأعمال الخمسة التي تقدمت الإشارة اليها على ما ذكره الحساب، فلا يطمع في معرفة هذا الفن ولا يشم رائحته. فكم من المسألة تحير العاقل في تنصيفها الذي هو اصل الأعمال فضلا عن تجذير ها الذي هو اصعبها..... ولا بد من اتقان نحو وسيلتي والا فلا تطمع بأنك داخل.[70]

Yemin ederim ki o (araştırmacı), hüssâbın zikrettiğine göre (uygun olarak) işaret etmeyi öncelediğim beş işleme hâkim olmazsa, ne bu fennin bilgisinden bir tat alır ne de kokusunu duyar. (Kim bilir) kaç denklem, işlemlerin en zoru olan kök almayı bir kenara bırak işlemlerin temeli olan "tansif"te (x'in katsayısının yarısını alma işleminde) bile bir âkili şaşırtmıştır... (senin) *Vesile* (adlı kitabıma) vakıf olman gerekir, aksi takdirde (bu fennin) derinliklerine ulaşmayı bekleme!

ومن اراد الشجر في أعمال ذوات الأسماء والمنفصلات وسائر الجذور الصم فعليه بشرحي للياسمينية وأعلى منه ذلك كتابي المسمى بالمعونة وهو الذي لم ينسج على منواله ولم تسمع قريحة بمثاله وبالله التوفيق.[71]

Kim zevâtü'l-esmâ ve'l-munfasılât / irrasyonel çok terimli işlemleri ve diğer irrasyonel kökler hakkında tafsilat isterse, *Yâsemînî* şerhime ve ondan daha üstün olan *el-Maûne* isimli kitabıma –ki benden önce kimse onun gibisini yapmamıştır– (bakması) gerekir. Başarı Allah'tandır.

c. İbnü'l-Hâim'in Sunduğu Yenilikler

İbnü'l-Hâim velûd ve eğitsel yönü ağır basan bir müellif olarak ortaya koyduğu yeni fikirlere konu ile ilgili hemen hemen bütün eserlerinde işaret etme ihtiyacı duyduğundan daha kuşatıcı olması için *el-Mümti*'nin değil de "İbnü'l-Hâim'in sunduğu yenilikler" şeklinde bir başlık seçilmesi uygun görülmüştür.

i. *el-Mümti*'deki en dikkat çeken yenilik eserin genel özellikleri kısmında da bir miktar değinildiği gibi telifi okuyacak veya üzerinde çalışacak kimseye girişte bir rehber/kılavuz niteliğinde cebirsel terimler/kavramlar sözlüğü sunmasıdır. Hatta o kavramlar arasındaki ilişkileri dilsel ve felsefi tartışmalara girerek ince ayrımlarıyla açıkladığından "sözlük" nitelemesi aşan bir yapı ortaya koyar. *el-Mümti*' aynı zamanda bu hususiyetiyle müellifin benzer özellikler gösteren diğer bir cebir çalışması olan *Şerhu'l-Urcûze el-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele*'den de ayrılmaktadır. Zira ilkinde kendi manzumesine şerh yazması hasebiyle tasnif ve kavramsal yapı bakımından özgür iken ikincisinde şerh ettiği urcûzenin sınırları tarafından

70 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti*', vr. 41b-42a.

71 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti*', vr. 42a.

kısıtlanmıştır. Ancak daha önceki matematik eserlerinde rastlanmayan "negatif" ve "pozitif" şeklinde çevrilen "menfî" ve "müsbet" kavramları İbnü'l-Hâim'in her iki cebir çalışmasında da yer almaktadır.

إعلم أنهم يعبرون كثيرا عن المستثنى بالناقص وبالمنفي وعن المستثنى منه بالزائد وبالمثبت.... وأن الخارج من ضرب الزائد في الزائد ومن ضرب الناقص في الناقص، زائد ومن ضرب الزائد في الناقص، ناقص.[72]

Çıkanı/müstesnayı eksi/nakıs ve negatif/menfi ile eksileni/müstesna minh de artı/zaid ve pozitif/müsbet ile çokça ifade ettiklerini bil. (...) Pozitifin/Zaidin zaid ile negatifin/nakısın nakıs ile çarpımından çıkan zaid ve zaidin nakısla çarpımından çıkan nakıstır.

Müellifin ifade tarzına bakılırsa "menfî" ve "müsbet" lafızlarını matematik ilmine tahsis ederek "negatif" ve "pozitif" anlamında ilk kez kendisi kullanmamıştır. Ancak şimdiye kadar yaptığımız araştırmalara göre bu kavramların yer aldığı en erken tarihli eserler İbnü'l-Hâim'e aittir. *Mathematicians Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilizations and Their Works* adlı çalışmalarında Boris A. Rosenfeld ve Ekmeleddin İhsanoğlu, Ali Kuşçu'nun bu kavramları kullandığını, hatta bunların aslında Çince terimlerin tercümesi oldukları ve Ali Kuşçu'dan Bizanslı matematikçiler aracılığıyla Avrupa'ya geçerek Latince tercümelerinin matematik terminolojisine yerleştiğini bildirmektedir.[73] İbnü'l-Hâim'in "müsbet" ve "menfî" kavramlarını Ali Kuşçu'dan yaklaşık elli yıl önce kullanması ve kullanım tarzının kavramların daha eski olduğu görüntüsü çizmesi sebebiyle bu yorumlar ihtiyatla karşılanarak kavramların kaynağı ve dolaşımı üzerine tekrar düşünülmelidir.

ii. İbnü'l-Hâim yukarıdaki metinde geçen "artının/zâidin artı/zâid ile eksinin/nâkısın eksi/nâkıs ile çarpımından çıkan artı/zâid ve artının/zâidin eksiyle/nâkısla çarpımından çıkan eksidir/nâkıstır" cümlesinin ardından işaretlerin çarpım durumlarının niçin böyle olduğunu gerekçeleriyle anlattıktan sonra bu açıklamaların yer aldığı başka bir esere rastlamanın çok zor olduğunu, kısaca bu konuda bir ilke imza attığını ifade etmektedir.

...فقد ظهر لك السر في قولهم ضرب الزائد في الزائد، زائد وضرب الناقص في الناقص، زائد وضرب احدهما في الآخر، ناقص فافهم ذلك فانك لا تكاد تجده في غير هذا الشرح بهذا الشأن والله المستعان.[74]

72 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 18b-19a; İbnü'l-Hâim, *Şerhu'l-Urcûze*, 143.

73 Rosenfeld ve İhsanoğlu, *Mathematicians Astronomers and Other Scholars*, 286; Ali Kuşçu, *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-hisâb*, Ayasofya nr. 2733, vr. 136a.

74 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 21b.

“Pozitifle pozitifin çarpımı pozitif, negatifle negatifin çarpımı pozitif, birinin diğeriyle çarpımı negatiftir” sözlerindeki sır senin için açık bir hale gelmiş oldu. O halde bunu anla! Zira bu konuyu bu şerh dışında (bir kitapta) neredeyse hiç bulamazsın. Allah yardımcıdır.

iii. Hisâbî cebir taraftarı olan müellifin katışık denklemlerin ispatı için hendeseye başvurmayıp adedi/sayısal illetler getirmesi de daha önce benzerine muhtemelen az rastlanan bir husustur.[75] Bununla birlikte müellif hakikat yolunun yolcusu olmasının verdiği ihtiyatla adedi/sayısal illetlerin yetersiz kaldığı durumlarda hendesî burhanlara başvurmak gerektiğine de dikkat çekmektedir.

وقد جرت عادة القوم أن يبينوا براهين هذه المسائل بالهندسة إما بالخطوط او بالسطوح ومعرفة ذلك تحقيقا تحوج الى معرفة أوقليدس. فرأيت ذلك بمقدمات عددية، من غير تعرّض لذكر خط او سطح، وإن كانت تلك المقدمات في نفسها مفتقرة الى البراهين الهندسية، وإنما أفعل ذلك تقريبا للمحصل وإحالة لبيان تلك المقدمات على أوقليدس او غيره من الكتب الهندسية.[76]

Kavim/matematik ehli bu denklemlerin ispatlarını (*berâhin*) genellikle hendeseyle, (yani) ya doğrularla ya da yüzeylerle açıklaya geldiler. İspatların doğru olarak tanımlanması **Öklides**’in (kitabının) bilgisine ihtiyaç duyar. Fakat ben bunu, doğru veya yüzey zikrine/konusuna girişmeden adedi/sayısal öncüllerle (açıklamaya) karar verdim. Eğer o öncüller kendinde hendesî burhanlara muhtaç olursa, onu (sayısal öncül) sadece sonuç için yaklaşık olarak yaparım ve o öncüllerin açıklaması için **Öklides**’e veya diğer hendese kitaplarına gönderirim.

iv. Yine katışık denklemlerle ilgili olarak İbnü’l-Hâim tespitlerimize göre ilk kez cebir/tekmil/tamamlama ve hatt/redd/indirgeme denilen ve denklemdeki tam karenin/x^2’nin katsayısını “bir” yapma olarak ifade edilen yönteme başvurmadan doğrudan “x”i veya “x^2”yi bulmanın formüllerini verir. “x”e ve “x^2”ye ulaşmanın yolu aşağıda sırayla verilmiştir:

وهي المشار اليها ببقية الأبيات أن يبتغي في التوصل الى الجذر بما ذكر في النظم من غير جبر ولا حط.[77]

Kalan beyitlerde atıfta bulunulan şey nazımda da belirtildiği gibi cebir ve hatt (yöntemleri) olmaksızın cezre ulaşma isteğidir.

75 İbnü’l-Hâim’in *Yâsemînî* şerhinin muhakkıkı Mehdi Abdülcevâd, müellifin bu yöntemi İbnü’l-Bennâ’dan aldığını iddia etse de İbnü’l-Bennâ’nın cebir çalışmasının incelenmesi neticesinde İbnü’l-Hâim’in yaptığı gibi bir ispat tespit edilmemiştir. Ayrıntılı bilgi için bkz. İbnü’l-Hâim, *Şerhu’l-Urcûze*, , 23; Saidan, *Târîh*, II, 542-555.

76 İbnü’l-Hâim, *el-Mümti‘*, vr. 42b; İbnü’l-Hâim, *Şerhu’l-Urcûze*, 79.

77 İbnü’l-Hâim, *el-Mümti‘*, vr. 51b.

مالان ونصف مال وعشرة أجذار تعدل مائة وخمسين. فاضرب عدة الأموال وهي إثنان ونصف في العدد يحصل ثلاثمائة وخمسة وسبعون فكأنّه العدد المفروض في الرابعة. فاعمل عملها المذكور في النظم اي زد مربع التنصيف وهو خمسة وعشرون على ثلاثمائة وخمسة وسبعين. يخرج أربع مائة وجذره عشرون فاطرح منه التنصيف، يبقى خمسة عشر، فاقسمها على الإثنين والنصف كما اشار اليه بقوله ﴿وفي الآخر اقسم ما الجذر يقابل على ما ضربت العدد﴾ فيه. فيخرج ستة وهو الجذر المطلوب.٧٨

İki mâl artı bir bölü iki mâl artı on cezir eşittir yüz elli. Mâlin katsayısını –ki o iki artı bir bölü ikidir– sayı ile çarp, üç yüz yetmiş beş elde edilir. O, dördüncüdeki varsayılan sayı imiş gibi nazımda zikredilen işlemini yap, yani tansifin karesini –ki o yirmi beştir– üç yüz yetmiş beş üzerine ekle, dört yüz çıkar ve kökü yirmidir. Ondan tansifi (beş) çıkar, on beş kalır, "sonunda cezrin mukabilini sayıyla çarptığın şeye böl" sözüyle işaret ettiği gibi onu (on beşi) iki artı bir bölü ikiye böl, altı çıkar ve o istenen cezirdir.

$$2x^2 + \frac{x^2}{2} + 10x = 150 \qquad x = \frac{\sqrt{(2+\frac{1}{2})\,.150 + (\frac{10}{2})^2} - \frac{10}{2}}{2+\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{375+25} - 5}{\frac{5}{2}} = \frac{15}{\frac{5}{2}} = 6 \rightarrow x = 6$$

إنك إذا اردت الخروج ابتداء الى المال حيث كان المفروض في المركبة اقل من مال او أكثر من مال من غير جبر ولا حط، فلك ذلك....[79]

Mâlin katsayısının bir mâlden daha küçük veya daha büyük olduğu bileşikteki (denklem) mâle cebir ve hatt (yöntemlerini kullanmak)sızın çıkmak/ulaşmak istediğinde, bu (örnekler/kaideler/yöntemler) senin için…

ففي مالين ونصف مال وعشرة أجذار تعدل مائة وخمسين اضرب العدد في الإثنين والنصف عدة الأموال ثم ربع الحاصل يحصل مائة وأربعون الفا وستمائة وخمسة وعشرون فاحفظه، ثم زد على مضروب العدد في عدة الأموال وهو ثلاثمائة وخمسة وسبعون، نصف مربع عدة الأجذار وهو خمسون يحصل اربع مائة وخمسة وعشرون فاحفظه، ثم اطرح المحفوظ الأول من مربع المحفوظ الثاني وهو مائة وثمانون الفا وستمائة وخمسة وعشرون، يبقى أربعون الفا فاطرح جذره وهو مائتان من المحفوظ الثاني واقسم الباقي وهو مائتان وخمسة وعشرون على مربع عدة الأموال وهو ستة وربع يحصل ستة وثلاثون وهو المال المطلوب.[80]

"İki mâl artı bir bölü iki mâl artı on cezir eşittir yüz elli" (denklemin)de, sayıyı iki artı bir bölü iki ile çarp, sonra sonucun karesini al, yüz kırk bin altı yüz yirmi beş hasıl olur, sakla onu. Sonra sayının malların katsayısı ile çarpımına –ki o üç yüz yetmiş beştir– cezirlerin katsayısının karesinin yarısını –ki o ellidir– ekle, dört yüz yirmi beş hasıl olur, sakla onu. Sonra ilk saklananı ikinci saklananın karesinden –ki o yüz seksen bin altı yüz yirmi beştir– çıkar, kırk bin kalır. Bunun kökünü –ki o iki yüzdür– ikinci saklanandan çıkar, kalanı –ki o iki yüz yirmi beştir– malların sayısının karesine –ki o altı artı bir bölü dörttür– böl, otuz altı hasıl olur ki o istenen mâldir.

78 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 51b-52a.

79 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 53a.

80 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 53a-54b.

$$2x^2 + \frac{x^2}{2} + 10x = 150 \longrightarrow$$

$$x^2 = \frac{(2 + \frac{1}{2})\,.150 + \frac{10^2}{2} - \sqrt{((2 + \frac{1}{2})\,.150 + \frac{10^2}{2})^2 - ((2 + \frac{1}{2})\,.150)^2}}{(2 + \frac{1}{2})^2} =$$

$$\frac{375 + 50 - \sqrt{180625 - 140625}}{6 + \frac{1}{4}} = \frac{425 - \sqrt{40000}}{6 + \frac{1}{4}} = \frac{425 - 200}{6 + \frac{1}{4}} = \frac{225}{6 + \frac{1}{4}} = \mathbf{36}$$

v. *el-Mümti‘* denklemlerin sayısının sınırlanıp sınırlanamayacağı etrafındaki tartışmalar için müstakil bir başlık açarak konuyu enine boyuna tartışan nadir eserlerdendir. Buna göre İbnü'l-Hâim öncelikle sınırlamayı savunanların isim isim konu ile ilgili iddialarını ve vardıkları sonuçları eser isimlerine de atıflarda bulunarak ortaya koyar, ardından seleflerinin çalışmalarından da yardım alarak tek tek bu iddiaları çürütmeye çalışır. Karşı tarafın iddialarına kısa bir örnek vermek gerekirse:

زعم تاج الدين التبريزي أن المقادير التي تدور عليها المسائل الجبرية منحصرة ضرورة في هذا العدد والجذور
والأموال والكعوب وبنى على ذلك أن المسائل الدائرة على هذه الأربعة، خمس وعشرون، وعزى ذلك الى عمر
الخيام، قال: «ولا يمكن أن يقع أكثر من هذه المقادير الأربعة، لان مال المال لا يقع الا في المقادير ووقوعه فيها
محال. اذ المقادير ذو بعد واحد وهو الجذر والضلع، وذو بعدين وهو المال والسطح، ذو الأبعاد الثلاثة وهو الكعب
والجسم ولا بعد آخر. فيقع فيها مال المال فضلا عما فوقه. واذا قيل : «مال المال»، فانما يقال ذلك لعدد أجزائها
عند المساحة لا لذواتها ممسوحة واذا لم يقع مال المال وما فوقه، فتكون المقادير منحصرة ضرورة في الأربعة.»[81]

Tâceddin et-Tebrizî cebirsel denklemlerin kullandığı mekâdirin/değerlerin/ifadelerin aded/sayı, cuzûr/kökler/x, emvâl/tamkareler/x^2 ve küpler/x^3 ile zorunlu olarak sınırlı olduğunu iddia etti. Bunun (iddianın) üzerine bu dördünü kullanan denklemlerin yirmi beş tane olduğu (iddiasını) koydu/inşa etti ve bunu da **Ömer Hayyam**'a isnad etti ve dedi ki: "Bu dört mekâdirden daha fazlasının vaki olması mümkün değildir. Çünkü mâlü'l-mâl/x^4 sadece değer olarak bulunur ve orada varlığa çıkması muhaldir. O halde mekâdir bir boyutluysa cezir ve dıl‘, iki boyutluysa mâl ve satıh/yüzey, üç boyutluysa da ka‘b/küp ve cisimdir, başka boyut da yoktur. Mâlu'l-mâl/x^4 orada onun üzerindekilerle (x^5, x^6…) birlikte ilave/fazla olarak bulunur. Mekâdirde "mâlu'l-mal/x^4" denildiğinde bu, mesahaya göre onun parçalarının sayısı için söylenir, ölçülen asılları için değil. O ikisi arasında fark vardır: mâlu'l-mâl/x^4 mekâdirde ne zati ne de arazi olarak yer alır. Mâlu'l-mâl ve üzeri (varlıkta) bulunmadığından mekâdir/cebirsel ifadeler zorunlu olarak

81 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti‘*, vr. 54b-55a.

dört ile sınırlanmış olur.

vi. Müellif farklı tür ve şekillerde birçok denklemi tanıtıp tek tek çözüm yollarını ve ispatlarını açıkladıktan sonra verilen bilgileri, karşılaşılan herhangi bir problemde tatbik etmeden önce yapılması gerekenleri anlatır. Buna göre her denklem veya problem "soru" değildir ve "soru" seviyesine çıkabilmesi için bazı asgari şartları taşıması gerekir. Bilhassa cebir ilmi ile iştigal edenlerin bu şartları bilmemesi durumunda "soru" konumuna ulaşamamış problemlerle karşılaştıklarında çözüme ulaşmak için kendilerini beyhude yormaları veya küçük duruma düşürmeleri olasıdır. İbnü'l-Hâim vâkıf olduğu tüm ilimleri gerektiğinde birlikte kullanma konusundaki maharetini gösterir ve mantık ilminden de istifade ederek denklemin kendinde mümkün olmasının şartlarını ilk kez sistematik bir biçimde ortaya koyar.

إن كل مسألة ترد عليك ويطلب منك جوابها فلإمكان الوصول الى السؤال ثلاثة شروط:

أحدها أن تكون المسألة في نفسها ممكنة والا فلا جواب لها فلا يبتغي.

الشرط الثاني؛ أن يكون في المسألة ثلاث معلومات فصاعدا. والمعلوم ضربان: معلوم الكمية كعشرة ويلحق به نحو جذر عشرة ومعلوم الكيفية كزيادة نصف العدد عليه او نقصانه منه او ضربه في معلوم او قسمته على معلوم او تربيعه او غير ذلك.

الشرط الثالث؛ أن يكون بين المعلوم المفروض وبين المجهول المطلوب ارتباط ووصلة بحيث يتوصل منه اليه.[82]

Sana verilen ve cevabı istenen her denklemin/meselenin "soru/sual" (konumuna) varmasının mümkün olması için üç şart vardır:

Biri, denklemin/meselenin kendinde mümkün olmasıdır yoksa ne cevabı olur ne de (cevap) istenir.

İkinci şart, denklemde üç ve daha fazla bilinen olmasıdır. **Bilinen/malum iki türdür**:

"On" gibi **kemmiyetin**/çokluğun **bilinmesidir** ki "kök on" gibiler de bu türe dahil olur.

Sayının üzerine yarısının eklenmesi veya çıkarılması veya bilinenle çarpılması veya bilinene bölünmesi veya karesinin alınması veyahut da bunun dışındakiler gibi **keyfiyetin bilinmesi**/malumudur.

Üçüncü şart, varsayılan bilinen ile istenen bilinmeyen arasında ilkinden ikincisine ulaşmayı sağlayan bir ilişki ve bağlantı olmasıdır.

82 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 60b-61b.

vii. Son olarak, eser boyunca verilen teorik bilgilerin pratik alanda hangi ihtiyaçlara cevap verdiği veya verebileceği konusunda çok kısa da olsa bir bilgi sunulması, cebir ilminin insan hayatını ne ölçüde kolaylaştırabileceğine dair bir fikir vermesi açısından dikkate değerdir.

وقد لا يصرح في السؤال بشيء من هذه الأقسام غير أنه يذكر فيه ما يرجع اليها كأكثر مسائل البيع والشراء والإجارة والمرابحة وكمسائل البريد والتلاقي ومسائل الليل والحياض والطيور وكغالب مسائل الوصايا والأقرار بالدين وغير ذلك من المسائل الدورية كالهبة والعتق والمحاباة في البيع والشراء والسلم والاقالة والضمان والشفعة والصداق والخلع والكتابة والجناية ومسائل الإنتهاب والتركات المجهولة.[83]

O, soruda bu kısımlardan bir şey açıklamamış olabilir ancak orada alış, satış, kiralama ve kâr problemlerinin çoğunda, posta, karşılaşma, gece, hayız, kuş denklemlerinde ve dindeki vasiyet ve ikrar denklemlerinin ekserisinde, hibe, azat etme, alım-satımda adam kayırma/koruma, peşin satış, (satışı) feshetme, sigorta/kefil, şufa' hakkı, mihir/evlilik akdi, azil, katiplik/sekreterlik, suç işleme gibi periyodik/devriyye denklemler/problemlerden diğerleri ve bilinmeyen miras ve alma/intihab problemleri (gibi bu meseleye) raci (konular) zikrediyor.

V. Değerlendirme

i. *el-Mümti'* cebir ilminin başından itibaren oluşan birikimi göz önüne alarak döneminin Doğu İslâm dünyası cebiri ile Batı İslâm dünyası cebirinin sentezi niteliğinde her iki geleneğin usul ve kaidelerini barındıran, bunu gerçekleştirmek için de birçok kaynaktan beslenen bir eserdir. Bu hususiyeti sadece cebir çalışmalarında değil müellifin diğer matematik eserlerinde de görmek mümkündür. Bu noktada İbnü'l-Hâim'in asli kaynaklarını zikretmek gerekirse, Doğu İslâm dünyasında Kerecî, Batı İslâm dünyasında da İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî'nin adı sayılabilir.

ii. Müellifin genel telif yöntemi olan ana ve ara tüm bölümleri kolaydan zora tasnif etme ve o ilimdeki mütedavil bütün kavramları tanım ve açıklamalarıyla ortaya koymayı *el-Mümti'*de de açıkça görmek mümkündür.

iii. Eser birçok kaynaktan beslenmesine rağmen bu kaynakların hepsi herhangi bir çelişkiye düşmeden bir önceki maddede zikredilen sistemle de uyumlu olacak bir şekilde mezcedilir.

iv. *el-Mümti'* hem cebirsel ifadelerle kök alma dahil tüm hesap işlemlerinde hem de her türden denklemin çözümünde bir yöntemle yetinmeyip denkleme/probleme farklı açılardan bakarak alternatif çözüm formülleri üretmesiyle cebir ilminin gelişmeye ve genişlemeye müsait esnek yapısını bir kez daha kanıtlar. Buna durumun

83 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, vr. 61b-62a.

neticesi de eserin, İslâm cebir tarihinde Kerecî Okulu ile başlayan ve cebiri hisâbileştirmek suretiyle sınırlarını genişletmeyi amaçlayan projenin zirve isimlerinden biri olmasıdır.

v. Eser İbnü'l-Hâim'in bir diğer cebir çalışması *Şerhu'l-Urcûze el-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele* ile oldukça benzer görünmekle, hatta birçok yerde aynı açıklamalar ve sayısal örneklere rastlamakla birlikte (a) *el-Mümti'* kendi manzumesinin şerhi olması hasebiyle cebir ilmi ile ilgili ortaya koymak istediklerini herhangi bir sınırlamaya maruz kalmadan sunabilmesi; (b) *el-Mümti'*yi *Şerhu'l-Urcûze*'den yirmi bir sene sonra telif etmesi, yani ilmî birikimini daha iyi yansıtabilmesi açılarından bir adım ilerde olduğu söylenebilir.

Kaynakça

Birincil Kaynaklar

Yazma eserler

İbnü'l-Hâim. *el-Mukni' fi'l-cebr ve'l-mukâbele*. Süleymaniye Kütüphanesi, Reisülküttab 1191.

———. *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'*. Chester Beatty 3881 (Müellif hattı).

———. *el-Mümti' fî şerhi'l-Mukni'*. Süleymaniye Kütüphanesi, Şehid Ali Paşa 2706.

———. *Şubbâk el-Münâsehât*. King Saud University 1044.

Kuşçu, Ali. *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-hisâb*. Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2733.

Matbu Metinler

Diyofantos, *Sınâatü'l-cebr*, trc. Kosta b. Luka, thk. Rüşdî Râşid. Mısır, 1975.

İbn Gâzî Miknâsi. *Buğyetü't-tullâb fî şerhi Münyetü'l-hussâb*, thk. Muhammed Süveysi. Halep, 1983.

İbn Yâsemîn. *Manzûmât İbn Yâsemîn fi â'mâli'l-cebr ve'l-hisâb*, thk. Celal Şevki. Kuveyt, 1988.

İbnü'l-Bennâ el-Merrâkûşî. *Telhîsu â'mâli'l-hisâb*, thk. Muhammed Süveysi. Tunus, 1969.

İbnü'l-Hâim. *Şerhu'l-Urcûze el-Yâsemîniyye fi'l-cebr ve'l-mukâbele*, thk. Mehdi Abdülcevad. Tunus, 2003.

———. *el-Ma'ûne fî ilmi'l-hisâbi'l-hevâî*, thk. Hudayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî. Bağdat: Dâru'l-Âsâr ve't-Turâs, 1988.

———. *el-Fusûl fi'l-ferâiz*, thk. ve talik Abdülmuhsin b. Muhammed b. Abdülmuhsin Munif. Riyad, 1994.

Raşid, Rüşdi. *el-Cebr ve'l-hendese fi'l-karni's-sâni aşer: müellefât Şerefeddin et-Tûsî*. Beyrut ,1998.

Saidan, Ahmed Selim. *Târîh ilmi'l-cebr fi'l-âlemi'l-Arabî*, c. II. Kuveyt 1985.

Samev'el el-Mağribî. *el-Bâhir fi'l-cebr*, thk. ve tahlil Salah Ahmed ve Rüşdi Raşid. Dımeşk, 1972.

Sıbtu'l-Mardinî. *el-Lum'atü'l-Mardîniyye fî şerhi'l-Yâsemîniyye*, thk. Muhammed Süveysi. Kuveyt, 1983.

İkincil Kaynaklar

Kitaplar

Baga, Elif. "Osmanlı Klasik Dönemde Cebir". Doktora tezi, Marmara Üniversitesi SBE, 2012.

Boyer, Carl. *A History of Mathematics*. John Wiley and Sons, 1976.

Brahmagupta and Bhaskara, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration*, çev. Henry Thomas Colebrooke. Londra, 1817.

Brentjes, Sonja. "Teaching the Mathematical Sciences in Islamic Societies Eighth Seventeenth Centuries", *Handbook on the History of Mathematics Education*, ed. Alexander Karp ve Gert Schubring. Springer, 2014.

Râşid, Rüşdi. *Târîhu'r-riyâdiyyât el-Arabiyye beyne'l-cebr ve'l-hisâb*, Beyrut: Merkez Dirâsâtu'l-Vahdeti'l-Arabiyye, 2004.

Râşid, Rüşdi. *Rıyâdıyyât el-Havârizmî: te'sis ilm el-cebr*, çev. Nikola Faris. Beyrut: Merkez Dirâsâtu'l-Vahdeti'l-Arabiyye, 2010.

Râşid, Rüşdi ve Regis Morelon. *Mevsûatu târîhi'l-ulûmi'l-Arabiyye*, c. II. Beyrut: Merkez Dirâsâtu'l-Vahdeti'l-Arabiyye, 1997.

Ronan, Colin. *Bilim Tarihi: Dünya Kültürlerinde Bilimin Tarihi ve Gelişmesi*, çev. Feza Günergun. Ankara: Tübitak, 2005.

Rosenfeld, Boris A. ve İhsanoğlu, Ekmeleddin. *Mathematicians Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilizations and Their Works*. İstanbul 2003.

Sarton, George. *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece*. Courier Dover Publications, 1952.

Sayılı, Aydın. *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*. Ankara: TTK Basımevi, 1966.

Şevki, Celal. *el-Ulûmu'l-akliyye fi'l-manzûmâti'l-Arabiyye*. Kuveyt, 1990.

Waerden, Bartel Leenert. *Bilimin Uyanışı: Eski Mısır, Babilonya ve Eski Yunan Matematiği*. İstanbul: Türk Matematik Derneği Yayınları, 1994.

———. *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*. Berlin & Heidelberg**:** Springer, 1983.

———. *A History of Algebra*. Springer – Verlag, 1985.

Makaleler ve Ansiklopedi Maddeleri

Abdülcevâd, Mehdi. "Ba's er-Rumûz fi'l-Hisâb ve'l-Cebr fi'l-Mağribi'l-İslâmî". el-Asru'z-Zehebî li'l-Ulûm fi'l-Buldâni'l-İslâmîyye: el-Mahtûtâtu'l-İlmiyye el-Meğâribiyye (2011), 36-25.

Anbouba, Adel. "al-Samaw'al". *DSB*, c. XII, 91.

Demir, Remzi. "Sâlih Zeki Bey'in Journal Asiatique'de Yayımlanan 'Notation algébrique chez les Orientaux' Adlı Makalesi". *AÜ Osmanlı Tarihi Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi: OTAM* 15 (2004), 333-353.

Djebbar, Ahmed. "Combinatorics in Islamic Mathematics". *Encyclopaedia of the History of Science, Technology and Medicine in Non-Western Cultures*, ed. Helaine Selin. Dordrecht: Kluwer 1997.

Durmuş, İsmail. "Şiir". *DİA*, c. XXXIX, 144.

Fazlıoğlu, İhsan. "Faal Akıl Ölünce!: XIII Yüzyıl Felsefe-Bilim Tarihi'nde Hakiki (İnvisible) ile Zahiri (Visible) İlişkisinin Yeniden Yorumlanması". *Uluslararası XIII. yüzyılda Felsefe Sempozyumu Bildirileri*, 27-36. Ankara, 2014.

———. "Hakikat ile İtibar: Dış-dünya'nın Bilgisinin Doğası Üzerine – XV. Yüzyıl Doğa Felsefesi ve Matematik Açısından Bir İnceleme". *Nazariyat* 1/1 (2014), 1-33.

———. "İbnü'l-Hâim". *DİA*, c. XXI, 63-65.

———. "Harizmî". *DİA*, c. XVI, 224-227.

———. "Sabit b. Kurre". *DİA*, c. XXXV, 353-356.

———. "Semev'el el-Mağribî". *DİA*, c. XXXVI, 488-492.

Gandz, Solomon. "The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra". *Osiris* III (1937), 551-555.

Høyrup, Jens. "Old Babylonian 'Algebra' and What It Teaches Us about Possible Kinds of Mathematics". *Ganita Bharati* 32/1-2 (2010).

İzgi, Cevat. "Osmanlı Medreselerinde Aritmetik ve Cebir Eğitimi ve Okutulan Kitaplar". *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* 1 (1995), 145.

Jeffrey A. Oaks. "Algebraic Symbolism in Medieval Arabic Algebra". *Philosophica* 87 (2012), 27-83.

Levey, Martin. "Abu Kamil". *DSB*, c. I, 31.

Râşid, Rüşdi. "Matematik". *DİA*, c. XXVIII, 132.

———. "al-Karaji", *DSB*. c. VII, 242.

Rosenfeld, Boris A. ve A. T. Grigorian. "Thabit Ibn Qurra". *DSB*, c. XIII.

Salih Zeki Efendi. "Notation algébrique chez les Orientaux", *Journal Asiatique* 9/11 (1898), 35-52.

Toomer, G. J. "al-Khwarizmi". *DSB*, c. VII.

Tuzcu, Kemal, "Klasik Arap Şiirinde Didaktik Şiirler", *Ankara Üniversitesi DTCF Dergisi* 47/2 (2007), 148-150.

Ek 1: Cebir Terimleri Sözlüğü

Şey/الشَّيْء : Cebirsel bir denklemde değeri bilinmeyen ve bilinen terimlerle belirli yöntemlere göre işlem yapmak suretiyle bilinir hale getirilen terimdir.

Mâl/المَال : "Şey"in kendisi ile çarpılması sonucu oluşan tamkare bilinmeyendir.

Ka'b//الكَعْب : "Şey"in "mâl" ile çarpılması sonucu oluşan tamküp bilinmeyendir.

Cezr/الجَذْر : Karekök. Denklemin kökü "x" olduğu için cebir ilminin ilk dönemlerinde daha çok "şey" ile birlikte bilinmeyeni ifade etmek için, sonraki dönemlerde de büyük oranda bilinen bir sayının karekökünü ifade etmek için kullanılmıştır.

Meczûr/المجذور : Kareökü olan anlamındadır. Tamkare sayıdır.

Dıl'/ الضِّلْع : Bir sayının üçüncü ve daha üst dereceden köküdür.

Murabba'/المربّع : Herhangi bir değeri tam kare yapma yani kendisi ile çarpma işleminin neticesini ifade eder.

Muka'ab/المكعّب : Herhangi bir değeri tam küp yapma yani iki kez kendisi ile çarpma işleminin neticesini ifade eder.

Cebir/الجبر **: Cebir lafzı** denklemde kullanılan iki farklı yönteme/işleme delalet etmektedir. **İlki** eşitliğin sağ veya sol veyahut da her iki tarafındaki negatif ifadenin değeri kadarını her iki tarafa eklemek suretiyle giderilmesi yani denklemin pozitifleştirilmesi işlemidir. **İkinci anlamı ise** denklemdeki mâl'in katsayısının bir'den küçük olması durumunda denklemi standart denklem kalıplarından birine indirgemek için o katsayıyı "bir"e dönüştürme işleminde kullanılan yöntemlerdir.

Mukâbele/ المقابلة : Denklemin sağ ve sol tarafındaki ifadeleri karşılaştırmak suretiyle ortak olanları bir araya getirmektir.

Zâid ve Müsbet/ الزائد والمثبت**:** Sırayla artı ve pozitif anlamındadır.

Nâkıs ve Menfî/ الناقص والمنفي **:** Sırayla eksi ve negatif anlamındadır.

Cem'/الجمع : Toplama işlemi.

Tarh/الطرح : Çıkarma işlemi.

Darb/الضرب : Çarpma işlemi.

Kısmet/القسمة : Bölme işlemi.

Muntak/ المنطق : Rasyonel sayılar kümesine giren tüm sayı türlerini ifade eder.

Asamm/الأصم : İrrasyonel sayılar kümesine giren tüm sayı türlerini ifade eder.

Meçhul/ المجهول : Bilinmeyen

Ek 2: Matematiksel İnceleme[84]

1. Cebirin temel terimleri ve ayrımları[85]

- Bilinmeyen terimler: Asli olanlar: $x,\ x^2,\ x^3\ ve$ Fer'î olanlar: $x^4,\ x^5,$ $x^6 \ldots \infty$
- $x = 3\ \Rightarrow x = şey\ \ ve\ \ x.x = 9\ \Rightarrow x =$ $cezr\ (kök\ olmaya\ nispetle)$
- $x = \sqrt{5}\ \Rightarrow\ x \in I_r,\quad x^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2\ \ x^2 = 5\ \ \Rightarrow\ \ x^2\ \in Q$
- $\forall\ a, b, c \in\ R\backslash\{0\}\ \ ve\ \ a.b = c\ \Rightarrow \text{c} =$ *musattah* $/satıh/basit$
- $\forall\ a, b \in\ R\backslash\{0\}\ ve\ a.a = b\ \ \Rightarrow \text{b} = mal/murabba/meczûr =$ *musattah* $/satıh/basit\ \ \Rightarrow \{mal = murabba' = meczûr\} \subset$ $\{$ *musattah* $= satıh = basit\}$
- $cezr\ \subset\ dıl'$
- Bir görüşe göre: $mukaa'b = ka'b\ \ \Rightarrow\ \ 2.2^2 = 8,\ \ 8 =$ $mukaa'b\ \ ve\ \ 2 = dıl'$
- Başka bir görüşe göre: $mukaa'b \neq ka'b\ \ \Rightarrow\ \ 2.2^2 = 8,\ \ 8 =$ $mukaa'b\ \ ve\ \ 2 = ka'b$

  (Müellife göre bu görüş daha evlâdır, çünkü "dıl' $\supset$ cezr, vb.")

84 Hacimli bir cebir kitabındaki bütün işlemler bir makalenin sınırlarını aştığından ve amaç *el-Mümti'* hakkında genel bilgiler vermek olduğundan burada sadece eserin asli unsurlarına yer verilecektir.

85 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 1b-9b.

2. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma[86]

- $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m} \in \boldsymbol{N}\ \Rightarrow\ \boldsymbol{ax^n} + \boldsymbol{bx^n} = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})\boldsymbol{x^n},\ \ \boldsymbol{ax^m} + \boldsymbol{bx^m} = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})\boldsymbol{x^m},\ \cdots$
- $\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\},\ \boldsymbol{a} > b\ \ ve\ \ n, m \in N\ \Rightarrow\ \boldsymbol{ax^n} - \boldsymbol{bx^n} = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})\boldsymbol{x^n},\ \boldsymbol{ax^m} - \boldsymbol{bx^m} = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})\boldsymbol{x^m}\ \ldots$

➢ $(15x^2 + 15x^3) - (8x^2 + 7x^3) = 7x^2 + 8x^3$

➢ $(5x^3 - 3x) - (4x^2 - 2) = (5x^3 - 3x + \mathbf{2} + \boldsymbol{3x}) - (4x^2 - 2 + \mathbf{2} + \boldsymbol{3x}) = (5x^3 + 2) - (4x^2 + 3x)$

➢ $10x^2 - 10x = 30x^2 - 100\ \Rightarrow 10x^2 - 10x + \boldsymbol{10x} + \mathbf{100} = 30x^2 - 100 + \boldsymbol{10x} + \mathbf{100}\ \Rightarrow 10x^2 + 100 = 30x^2 + 10x\ \Rightarrow 100 = 20x^2 + 10x$

3. Cebirsel ifadelerle çarpma ve bölme[87]

- $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m} \in \boldsymbol{N}\ \Rightarrow\ (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{bx^n}).(\boldsymbol{cx^n} + \boldsymbol{dx^m}) = \boldsymbol{acx^n} + \boldsymbol{adx^m} + \boldsymbol{bcx^{2n}} + \boldsymbol{bdx^{n+m}}$

86 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 9b-14b.
87 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 15a-29a.

- $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\quad \boldsymbol{ve}\quad \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{p} \in \boldsymbol{N} \;\Rightarrow\; \sqrt{\sqrt{\boldsymbol{a^m}}.\, \boldsymbol{b^p x^n}} = \sqrt{\sqrt{\boldsymbol{a^m}.\, (\boldsymbol{b^p x^n})^4}} = \sqrt{\sqrt{\boldsymbol{a^m}.\, \boldsymbol{b^{4p}}.\, \boldsymbol{x^{4n}}}}$
- $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \boldsymbol{ve}\quad \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m} \in \boldsymbol{N} \;\Rightarrow\; (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b x^n}).\, (\boldsymbol{c x^n} - \boldsymbol{d x^m}) = \boldsymbol{a c x^n} - \boldsymbol{a d x^m} - \boldsymbol{b c x^{2n}} + \boldsymbol{b d x^{n+m}}$
- $+.+=+,\quad -.-=+,\quad +.-=-,\quad -.+=-$
- $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m} \in \boldsymbol{N} \;\rightarrow\; \frac{\boldsymbol{a x^n}}{\boldsymbol{b x^m}} = \boldsymbol{c} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{a x^{n-m}} = \boldsymbol{b c}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{b x^m}.\, \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a x^n}$
- $\frac{\boldsymbol{x^2}}{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{x^3}}{\boldsymbol{x^2}} = \frac{\boldsymbol{x^4}}{\boldsymbol{x^3}} = \frac{\boldsymbol{x^5}}{\boldsymbol{x^4}} = \cdots = \boldsymbol{x}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \frac{\boldsymbol{x^3}}{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{x^4}}{\boldsymbol{x^2}} = \frac{\boldsymbol{x^5}}{\boldsymbol{x^3}} = \frac{\boldsymbol{x^6}}{\boldsymbol{x^4}} = \cdots = \boldsymbol{x^2}$
  - $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right).\left(2x^3 + \frac{x^3}{2}\right) = x^3 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^3}{8}$
  - $(4x + 3x^2 + 5x^3).\,(4 + 3x + 5x^2 + 6x^3) = 16x + 12x^2 + 20x^3 + 24x^4 + 12x^2 + 9x^3 + 15x^4 + 18x^5 + 20x^3 + 15x^4 + 25x^5 + 30x^6 = 16x + 24x^4 + 49x^3 + 54x^4 + 43x^5 + 30x^6$
  - $\sqrt{\sqrt{3}}.\, 2x^2 = \sqrt{\sqrt{3.16x^8}} = \sqrt{\sqrt{48x^8}}$
  - $[(10 + 10x) - (x^2 + x^3)].\,[(20 + 15x) - (3x^2 + 4x^3)] = 200 + 150x - 30x^2 - 40x^3 + 200x + 150x^2 - 30x^3 - 40x^4 - 20x^2 - 15x^3 + 3x^4 + 4x^5 - 20x^3 - 15x^4 + 3x^5 + 4x^6 = 200 + 350x + 100x^2 - 105x^3 - 52x^4 + 7x^5 + 4x^6$
  - $999.999 \times 999.999 = (1.000.000 - 1).\,(1.000.000 - 1)$
  - $\frac{10x}{x+1}.\frac{20}{x} = \frac{200x}{x(x+1)} = \frac{200x}{x^2+x}\ veya\ \frac{10x}{x+1}.\frac{20}{x} = \frac{200}{x+1}$
  - $\frac{10x+5x^2}{x+1}.\frac{20+6x^2}{x+2} = \frac{200x+60x^3+100x^2+30x^4}{2+3x+x^2}$
  - $\frac{\frac{10}{x}-x}{\frac{3}{x}} \;\rightarrow\; \frac{10}{x}.\frac{x}{3} = \boldsymbol{3} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{3}} \;\Rightarrow\; -x.\frac{x}{3} = -\frac{x^2}{3} \;\Rightarrow\; \frac{\frac{10}{x}-x}{\frac{3}{x}} = 3 + \frac{1}{3} - \frac{x^2}{3}$

$$\left.\frac{10}{x^3}\right) - \left(\frac{x^2}{3} - 1\right) = 1 + \frac{3\frac{1}{3}}{x} - \frac{x^2}{3} - \frac{10}{x^3}$$

4. Polinom kökü alma[88]

- $\forall\ \boldsymbol{a, b, c, d, e} \in \boldsymbol{R} \setminus \{\mathbf{0}\}$ ***ve m, n, p, q ardışık pozitif tam sayılar*** $\Rightarrow$

$$\sqrt{a + bx^m + cx^n + dx^p + ex^q} = \frac{\dfrac{cx^n - \left(\dfrac{\frac{dx^p}{\sqrt{ex^q}}}{2}\right)^2}{\sqrt{ex^q}}}{2} + \frac{\frac{dx^p}{\sqrt{ex^q}}}{2} + \sqrt{ex^q}$$

88 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 29a-30b.

$$\bullet \forall\ \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}\} \in \boldsymbol{Q} \backslash \{\boldsymbol{0}\}, \sqrt{\boldsymbol{a}}\ \boldsymbol{ve}\ \sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}$$

$$\in \boldsymbol{Q}\ \boldsymbol{ve}\ \boldsymbol{de}\ \{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{l}\}\ \boldsymbol{ard}\text{ış}\boldsymbol{\imath k}\ \in \boldsymbol{N}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{m}} + \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{d}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{f}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k}} + \boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}$$

$$= \frac{\dfrac{dx^{p} - \left(\dfrac{\dfrac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{q}} - \left(\dfrac{\dfrac{\boldsymbol{f}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k}}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2} \right)^{2}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2} . \dfrac{\dfrac{\boldsymbol{f}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k}}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2} . 2 \right)}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2}$$

$$+ \frac{\dfrac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{q}} - \left(\dfrac{\dfrac{\boldsymbol{f}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k}}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2} \right)^{2}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2} + \frac{\dfrac{\boldsymbol{f}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k}}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}}}{2} + \sqrt{\boldsymbol{g}\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{l}}}$$

➢ $\sqrt{9 + 12x + 10x^{2} + 4x^{3} + x^{4}} =$

$$\frac{\dfrac{10x^{2} - \left(\dfrac{\dfrac{4x^{3}}{\sqrt{x^{4}}}}{2} \right)^{2}}{\sqrt{x^{4}}}}{2} + \frac{\dfrac{4x^{3}}{\sqrt{x^{4}}}}{2} + \sqrt{x^{4}} = \frac{\dfrac{10x^{2} - 4x^{2}}{\sqrt{x^{4}}}}{2} + 2x + x^{2}$$

$$= \boldsymbol{3} + \boldsymbol{2}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{2}}$$

- $\sqrt{4+8x+12x^2+16x^3+12x^4+8x^5+4x^6} =$

$$\frac{\frac{16x^3-\left(\frac{\frac{12x^4-\left(\frac{\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}}}{2}\right)^2}{\sqrt{4x^6}}}{2}.\frac{\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}}}{2}.2\right)}{\sqrt{4x^6}}}{2}+\frac{\frac{12x^4-\left(\frac{\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}}}{2}\right)^2}{\sqrt{4x^6}}}{2}+\frac{\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}}}{2}+\sqrt{4x^6}=$$

$$\frac{\frac{16x^3-\left(\frac{\frac{12x^4-4x^4}{\sqrt{4x^6}}}{2}.2x^2.2\right)}{\sqrt{4x^6}}}{2}+\frac{\frac{12x^4-4x^4}{\sqrt{4x^6}}}{2}+\frac{4x^2}{2}+2x^3=\frac{\frac{16x^3-(2x.2x^2.2)}{2x^3}}{2}+\frac{\frac{8x^4}{2x^3}}{2}+$$

$$2x^2+2x^3=\mathbf{2+2x+2x^2+2x^3}$$

5. Belirsiz denklemler/İstikra[89]

- $x^2+4x=y^2\ ve\ y=2x\ varsayılırsa\ denklem\ x^2+4x=(2x)^2\ olur\ \Rightarrow x^2+4x=4x^2 \rightarrow\ 4x=3x^2\ \Rightarrow\ x=1+\frac{1}{3}\ ve\ x^2=1+\frac{7}{9}\ olur\ \Rightarrow x^2+4x=1+\frac{7}{9}+4.\left(1+\frac{1}{3}\right)=7+\frac{1}{9}=y^2\ \Rightarrow\ \mathbf{y=2+\frac{2}{3}}$
- $x^2+4x=y^2\ ve\ y=x\ varsayılırsa\ denklem\ geçersiz\ olur.$
- $x^2+4x=y^2\ ve\ y=x+\frac{x}{2}\ varsayılırsa\ denklem\ x^2+4x=\left(x+\frac{x}{2}\right)^2\ \Rightarrow\ x^2+4x=\frac{9x^2}{4}\ \Rightarrow 4x=\frac{5x^2}{4}\ \Rightarrow x=3+\frac{1}{5}\ ve\ x^2=$

89 İbnü'l-Hâim, el-Mümti', 31a-32a.

$10 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}.\frac{1}{5} \Rightarrow x^2 + 4x = 10 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}.\frac{1}{5} + 4.\left(3 + \frac{1}{5}\right) = 23 +$

$\frac{1}{5}.\frac{1}{5} = y^2 \ ve \ y = \mathbf{4} + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$

- $x^2 + 4x = y^2 \ ve \ y = x - 1 \ varsayılırsa \ denklem \ x^2 + 4x =$

  $(x-1)^2 \Rightarrow x^2 + 4x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 6x = 1 \rightarrow x =$

  $\frac{1}{6} \quad ve \quad x^2 = \frac{1}{4}.\frac{1}{9} \Rightarrow x^2 + 4x = \frac{1}{4}.\frac{1}{9} + 4.\frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}.\frac{1}{9} =$

  $y^2 \quad ve \quad \boldsymbol{y} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}$

6. Altı cebirsel denklem[90]

- **Basit/yalın denklemler**
  - $\forall \ \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\mathbf{0}\} \Rightarrow \boldsymbol{ax^2} = \boldsymbol{bx} \Rightarrow \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}/\boldsymbol{a}$
  - $2x^2 + \frac{x^2}{4} = 9x \Rightarrow \frac{9}{\left(2+\frac{1}{4}\right)} = 4 \Rightarrow x = 4, x^2 = 16, \left(2 + \frac{1}{4}\right)x^2 =$

    $36 = 9x$
  - $\forall \ \boldsymbol{a}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\mathbf{0}\} \Rightarrow \boldsymbol{ax^2} = \boldsymbol{c} \Rightarrow \boldsymbol{x} = \sqrt{\boldsymbol{c}/\boldsymbol{a}}$
  - $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{4} = 21 \Rightarrow \frac{21}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = 36 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \frac{36}{3} + \frac{36}{4} = 21$
  - $\forall \ \boldsymbol{c}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\mathbf{0}\} \Rightarrow \boldsymbol{bx} = \boldsymbol{c} \Rightarrow \boldsymbol{x} = \boldsymbol{c}/\boldsymbol{b}$
  - $3x + \frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 2 + \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{2+\frac{5}{9}}{3+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}} = 6 + \frac{40}{59} = x \Rightarrow 3\left(6 + \frac{40}{59}\right) + \frac{6+\frac{40}{59}}{6} +$

    $\frac{6+\frac{40}{59}}{9} = 2 + \frac{5}{9}$
- **Bileşik/katışık denklemler**

90 İbnü'l-Hâim, el-Mümti', 32a-44b.

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\setminus\{\boldsymbol{0}\} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{ax^2+bx=c} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x}=\sqrt{\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}}+\boldsymbol{c}}-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}$

- $x^2+7x=8 \;\Rightarrow\; x=\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2+8}-\frac{7}{2}=\sqrt{12+\frac{1}{4}+8}-3+\frac{1}{2}=$
$\sqrt{20+\frac{1}{4}}-3+\frac{1}{2}=4+\frac{1}{2}-\left(3+\frac{1}{2}\right)=1 \Rightarrow x^2=1\ ve\ 1+7=8$

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\setminus\{\boldsymbol{0}\} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{ax^2+c=bx} \;\Rightarrow \boldsymbol{c}=\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}}\ \boldsymbol{ve}\ \boldsymbol{c}<$
$\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}} \Rightarrow \boldsymbol{x}\neq\varnothing \;\; \boldsymbol{ve} \;\; \boldsymbol{x}=\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\mp\sqrt{\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}}-\boldsymbol{c}} \quad \boldsymbol{ve} \quad \boldsymbol{c}>\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x}=$
$\varnothing$

- $x^2+25=10x \;\Rightarrow\; x=\frac{10}{2}\mp\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2-25}=5 \;\Rightarrow\; x=$
$5\ \ ve\ \ x^2=25$

- $x^2+6+\frac{7}{8}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}=10x \;\Rightarrow\; x=\frac{10}{2}\mp$
$\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2-\left(6+\frac{7}{8}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}\right)}=5\mp\sqrt{18+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}}=5\mp\left(4+\frac{1}{4}\right) \;\Rightarrow$
$x_1=\frac{3}{4},\;\; x_1^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8} \;\Rightarrow\; 10x_1=7+\frac{1}{2} \quad ve \quad x_2=9+\frac{1}{4} \;\Rightarrow$
$x_2^2=85+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8} \;\Rightarrow\; 10x_2=92+\frac{1}{2}$

- $x^2+30=10x \rightarrow x=\frac{10}{2}\mp\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2-30}=5\mp\sqrt{25-30}=5\mp$
$\sqrt{-5}=\varnothing$

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\setminus\{\boldsymbol{0}\} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{bx+c=ax^2} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x}=\sqrt{\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}}+\boldsymbol{c}}+\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}$

- $x^2=x\left(1+\frac{5}{6}\right)+1+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}.\frac{1}{5} \;\Rightarrow\; x=$
$\sqrt{\left(\frac{1+\frac{5}{6}}{2}\right)^2+1+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}.\frac{1}{5}}+\frac{1+\frac{5}{6}}{2}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2+1+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}.\frac{1}{5}}+\frac{2}{3}+$

$\frac{1}{4} = \sqrt{2 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}.\frac{1}{10}} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}.\frac{1}{10} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{2}{5} = x \quad \Rightarrow \quad x^2 = 5 + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}.\frac{1}{5}$

- **İlk bileşik denklem türünün illeti**

➢ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\} \Rightarrow \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}} + \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}} \quad \Rightarrow \quad (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}).\boldsymbol{b} + \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}} = \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{b}\right)^{\boldsymbol{2}}$

İlletin örneği:

➢ $a = 10, \ \frac{a}{2} = 5, \ b = 3 \Rightarrow 10 = 5 + 5 \Rightarrow (10 + 3).3 + 25 = (5 + 3)^2 \Rightarrow 13.3 + 25 = 8^2 \quad \Rightarrow \quad 39 + 25 = 64$

İlletin denklem üzerindeki uygulaması:

➢ $x^2 + 10x = 24 \quad \Rightarrow \quad (10 + 2).2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = (5 + 2)^2 \Rightarrow 24 + 25 = 49$

- **İkinci bileşik denklem türünün illeti**

➢ $\forall\, \boldsymbol{a}, \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\} \Rightarrow \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}} + \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}} \ \boldsymbol{ve} \ \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} \Rightarrow \left(\boldsymbol{b} - \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{c}.\boldsymbol{b} = \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}} \ \boldsymbol{veya} \ \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}} - \boldsymbol{c}\right)^{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{c}.\boldsymbol{b} = \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}}$

İlletin örneği:

➢ $a = 10, \ \frac{a}{2} = 5, \ b = 7 \ ve \ c = 3 \quad \Rightarrow \quad (7 - 5)^2 + 7.3 = \left(\frac{10}{2}\right)^2$

İlletin denklem üzerindeki uygulaması:

➢ $x^2 + 16 = 10x \quad \Rightarrow \quad 10 = 2 + 8 \ ve \ 16 = 2.8 \Rightarrow (8 - 5)^2 + 8.2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2$

- **Üçüncü bileşik denklem türünün illeti**

➢ $\forall\, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\} \ \boldsymbol{ve} \ \boldsymbol{a} \geq \left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\boldsymbol{a}} - \sqrt{\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}\sqrt{\boldsymbol{a}} + \left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}\right)^{\boldsymbol{2}}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2}}$

İlletin örneği

- $a = 36 \quad ve \quad b = 4 \quad ve \quad 36 > \left(\frac{4}{2}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{36} - \sqrt{36 - 4\sqrt{36} + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \frac{4}{2} \quad \Rightarrow \quad 6 - \sqrt{12+4} = 2 \;\Rightarrow\; 6 - 4 = 2$

İlletin denklem üzerindeki uygulaması:

- $x^2 = 10x + 24 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 10x = 24 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x^2} - \sqrt{x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \frac{10}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{\boldsymbol{x^2 - 10x} + \left(\frac{10}{2}\right)^2} + \frac{10}{2} \quad \Rightarrow \sqrt{\mathbf{24} + \left(\frac{10}{2}\right)^2} + \frac{10}{2} = 12 = x$

7. Bileşik Denklemlerde Tamkareyi/Mâl'i Veren Formüller[91]

- **İlk bileşikteki tam kareyi bulmanın formülleri**
  - $\forall\, \boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\mathbf{0}\} \;\; \boldsymbol{ve} \;\; \boldsymbol{ax^2 + bx = c} \;\; \boldsymbol{ve} \;\; \boldsymbol{c < \frac{b^2}{4}} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x^2 = \frac{b^2}{2} + c - \sqrt{b^2.c + \left(\frac{b^2}{2}\right)^2}} \;\; \boldsymbol{veya} \;\; \boldsymbol{x^2 = c + \frac{b^2}{2} - \sqrt{\left(c + \frac{b^2}{2}\right)^2 - c^2}} \quad \boldsymbol{veya} \;\; \boldsymbol{x = \frac{\sqrt{4c+b^2} - b}{2}} \quad \boldsymbol{ve} \;\; \boldsymbol{x^2 = \frac{\left(\sqrt{4c+b^2} - b\right)^2}{4}}$

- **İkinci bileşikteki tam kareyi bulmanın formülleri**
  - $\forall\, \boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\mathbf{0}\} \;\; \boldsymbol{ve} \;\; \boldsymbol{ax^2 + c = bx} \;\; \boldsymbol{ve} \;\; \boldsymbol{c < \frac{b^2}{4}} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x_1^2 = \frac{b^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{b^2}{2}\right)^2 - b^2.c} - c} \quad \boldsymbol{ve} \quad \boldsymbol{x_2^2 = \frac{b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{b^2}{2}\right)^2 - b^2.c} -}$

91 İbnü'l-Hâim, el-Mümti', 44b-46b.

$c \;\; veya \; x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4c}}{2} \; ve \; x_1^2 = \frac{\left(b-\sqrt{b^2-4c}\right)^2}{4} \quad ve \quad x_2 =$

$\frac{b+\sqrt{b^2-4c}}{2} \quad ve \quad x_2^2 = \frac{\left(b+\sqrt{b^2-4c}\right)^2}{4} \quad veya \; x_1^2 = \frac{b^2}{2} - c -$

$\sqrt{\left(\frac{b^2}{2} - c\right)^2 - c^2} \; ve \quad x_2^2 = \left(\frac{b^2}{2} - c\right) + \sqrt{\left(\frac{b^2}{2} - c\right)^2 - c^2}$

- **Üçüncü bileşikteki tam kareyi bulmanın formülleri**

➢ $\forall \; a, b, c \; \in R \backslash \{0\} \;\; ve \;\; ax^2 = bx + c \quad ve \quad c < \frac{b^2}{4} \;\; \Rightarrow \;\; x^2 =$

$\sqrt{b^2 . c + \left(\frac{b^2}{2}\right)^2} + c + \frac{b^2}{2} \quad veya \quad x^2 = \sqrt{\left(\frac{b^2+2c}{2}\right)^2 - c^2} +$

$\frac{b^2+2c}{2} \qquad veya \qquad x = \frac{\sqrt{4c+b^2}+b}{2} \;\; ve \;\; x^2 = \frac{\left(\sqrt{4c+b^2}+b\right)^2}{4}$

8. Bileşik Denklemleri Basit Denklemlere Dönüştürme Formülleri[92]

- **İlk bileşik denklemi ilk veya üçüncü basit denkleme çevirme öncülü ve formülü**

➢ $\forall \; a \; ve \; b \; ardışık \; pozitif \; tam \; sayılar \;\; ve \;\; b > a \;\; \Rightarrow$

$\left(\frac{b-a}{2}\right)^2 + a.b = \left(\frac{b+a}{2}\right)^2$

➢ $\forall \; a, b, c \; \in R \backslash \{0\} \;\; ve \;\; ax^2 + bx = c \Rightarrow$

$ilk \; yalın \; denklem \; için \quad \sqrt{ax^2 . c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} =$

$\frac{ax^2+bx+ax^2}{2}$ ve üçü$ncü$ $yalın \; denklem \; için$ $\sqrt{ax^2 . c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} +$

$\frac{bx}{2} = c$

92 İbnü'l-Hâim, el-Mümti', 46b-48b.

- **İkinci bileşik denklemi ilk veya üçüncü basit denkleme çevirme formülleri**
  - ➢ $\forall\, \boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}$ $\boldsymbol{ve}$ $\boldsymbol{ax^2 + c = bx} \Rightarrow$

    $\boldsymbol{ilk\ basit\ için}$ $\sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2.c} + \frac{bx}{2} = ax^2$ $\boldsymbol{veya}$ $\frac{bx}{2} - \sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2.c} = ax^2$ üçü$\boldsymbol{nc}$ü $\boldsymbol{basit\ için}$ $\sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2.c} + \frac{bx}{2} = c$ $\boldsymbol{veya}$ $\frac{bx}{2} - \sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2.c} = c$

- **Üçüncü bileşik denklemi ilk veya üçüncü basit denkleme çevirme formülü**
  - ➢ $\forall\, \boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}$ $\boldsymbol{ve}$ $\boldsymbol{ax^2 = bx + c} \Rightarrow$

    $\boldsymbol{ilk\ basit\ için}$ $\sqrt{ax^2.c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} + \frac{bx}{2} = ax^2$ $\boldsymbol{ve}$ üçü$\boldsymbol{nc}$ü $\boldsymbol{basit\ için\ için}$ $\sqrt{ax^2.c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} - \frac{bx}{2} = c$

9. Denklemi Cebir/Tekmil ve Hatt/Redd Yöntemleriyle Dönüştürme[93]

- **Birinci Yöntem/Formül:**
  - ➢ $\forall\, \boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\} \Rightarrow$ $\boldsymbol{ax^2 + c = bx,}$ $\boldsymbol{ax^2 = bx + c}$ $\boldsymbol{ve}$ $\boldsymbol{ax^2 + bx = c}$ $\boldsymbol{denklemlerinde\ a \neq 1} \Rightarrow$ $\boldsymbol{ax^2.\frac{1}{a} +}$

93 İbnü'l-Hâim, a.g.y, 48b-51b.

$\boldsymbol{c.\frac{1}{a} = bx.\frac{1}{a}, \quad ax^2.\frac{1}{a} = bx.\frac{1}{a} + c.\frac{1}{a} \quad ve \quad ax^2.\frac{1}{a} + bx.\frac{1}{a} = c.\frac{1}{a} \quad olur.}$

- **İkinci Yöntem/Formül:**

➢ $\boldsymbol{a} < 1 \rightarrow \boldsymbol{\frac{1-a}{a} \Rightarrow ax^2 + c + \left(\frac{1-a}{a}\right).(ax^2 + c) = bx + bx.\left(\frac{1-a}{a}\right) \;\; ve \;\; ax^2 + ax^2.\left(\frac{1-a}{a}\right) = bx + c + \left(\frac{1-a}{a}\right).(bx + c) \;\; ve\; de\; ax^2 + bx + \left(\frac{1-a}{a}\right).(ax^2 + bx) = c + c.\left(\frac{1-a}{a}\right) \; olur.}$ $\boldsymbol{a} > 1 \Rightarrow \boldsymbol{\frac{a-1}{a} \Rightarrow ax^2 + c - \left[\frac{a-1}{a}.(ax^2 + c)\right] = bx - bx.\left(\frac{a-1}{a}\right) \;\; ve\; ax^2 - ax^2.\left(\frac{a-1}{a}\right) = bx + c - \left[\frac{a-1}{a}.(bx + c)\right] \;\; ve \;\; de \;\; ax^2 + bx - \left[\frac{a-1}{a}.(ax^2 + bx)\right] = c - c.\left(\frac{a-1}{a}\right) \; olur.}$

- **Üçüncü Yöntem/Formül:**

➢ $\boldsymbol{a \neq 1 \;\Rightarrow\; \frac{ax^2}{a} + \frac{c}{a} = \frac{bx}{a}, \quad \frac{ax^2}{a} = \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} \quad ve \quad \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} = \frac{c}{a} \;\; olur.}$

10. Denklemi Cebir ve Hatt Olmaksızın Çözme Formülleri[94]

- $\forall\, \boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{R}\setminus\{\boldsymbol{0}\} \;\; \boldsymbol{ve \;\; a \neq 1} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{ax^2 + bx = c} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x = \frac{\sqrt{a.c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a} \;\; olur.}$

➢ $2x^2 + \frac{x^2}{2} + 10x = 150 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{\left(2+\frac{1}{2}\right).150 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} - \frac{10}{2}}{2+\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{375+25} - 5}{\frac{5}{2}} = \frac{15}{\frac{5}{2}} = 6 \Rightarrow x = 6$

94 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 51b-53a.

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{ax^2+c=bx} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{x_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a.c}+\frac{b}{2}}{a},\ \ \boldsymbol{x_2} = \frac{\frac{b}{2}-\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-a.c}}{a}$ ***olur.***

  ➢ $x^2+\frac{x^2}{3}+12=10x \ \Rightarrow\ x_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2-\left(1+\frac{1}{3}\right).12}+\frac{10}{2}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{25-16}+5}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{\frac{4}{3}} = \boldsymbol{6}\ \ ve\ \ x_2 = \frac{\frac{10}{2}-\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2-\left(1+\frac{1}{3}\right).12}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{5-\sqrt{25-16}}{\frac{4}{3}} = \frac{5-3}{\frac{4}{3}} = \boldsymbol{1+\frac{1}{2}}$

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{ax^2=c\ +bx} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{x} = \frac{\sqrt{a.c+\left(\frac{b}{2}\right)^2}+\frac{b}{2}}{a}$ ***olur.***

  ➢ $\frac{8x^2}{9}+\left(\frac{1}{2}.\frac{1}{9}\right)x^2 = 4x+10 \ \Rightarrow\ x = \frac{\sqrt{\left(\frac{8}{9}+\frac{1}{2}.\frac{1}{9}\right).10+\left(\frac{4}{2}\right)^2}+\frac{4}{2}}{\frac{8}{9}+\frac{1}{2}.\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{9+\frac{4}{9}+4}+2}{\frac{8}{9}+\frac{1}{2}.\frac{1}{9}} = \frac{5+\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}+\frac{1}{2}.\frac{1}{9}} = \boldsymbol{6}$

11. Denklemde Cebir ve Hatt Olmaksızın Tamkareyi/Mâl'i Bulma Formülleri[95]

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\boldsymbol{0}\}\ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{ax^2+bx=c} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{x^2} = \frac{a.c+\frac{b^2}{2}-\sqrt{\left(a.c+\frac{b^2}{2}\right)^2-(a.c)^2}}{a^2}$

95 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 53a-54b.

- $2x^2 + \frac{x^2}{2} + 10x = 150 \;\Rightarrow\; x^2 =$

$$\frac{\left(2+\frac{1}{2}\right).150+\frac{10^2}{2}-\sqrt{\left(\left(2+\frac{1}{2}\right).150+\frac{10^2}{2}\right)^2-\left(\left(2+\frac{1}{2}\right).150\right)^2}}{\left(2+\frac{1}{2}\right)^2} =$$

$$\frac{375+50-\sqrt{180625-140625}}{6+\frac{1}{4}} = \frac{425-\sqrt{40000}}{6+\frac{1}{4}} = \frac{425-200}{6+\frac{1}{4}} = \frac{225}{6+\frac{1}{4}} = \mathbf{36}$$

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\setminus\{\mathbf{0}\}$ $\boldsymbol{ve}$ $\boldsymbol{a} \neq \mathbf{1}$ $\boldsymbol{ve}$ $\boldsymbol{ax^2+c=bx} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{x_1}^{\mathbf{2}} =$

$$\boldsymbol{\frac{\sqrt{\left(\frac{b^2-2c.a}{2}\right)^2-a^2.c^2}+\frac{b^2-2c.a}{2}}{a^2} \quad ve \quad x_2{}^2 = \frac{\frac{b^2-2c.a}{2}-\sqrt{\left(\frac{b^2-2c.a}{2}\right)^2-a^2.c^2}}{a^2} \quad olur.}$$

- $\frac{5x^2}{6} + x^2\left(\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right) + 15 = 8x \;\rightarrow\; x_1{}^2 =$

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{8^2-2.15.\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)^2.15^2}+\frac{8^2-2.15.\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)}{2}}{\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)^2} =$$

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{64-\left(27+\frac{1}{2}\right)}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}\right).225}+\frac{64-\left(27+\frac{1}{2}\right)}{2}}{\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{\left(18+\frac{1}{4}\right)^2-\left(189+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}\right)}+18+\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}} =$$

$$\frac{\sqrt{333+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}-\left(189+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}\right)}+18+\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{144}+18+\frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{12+18+\frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{30+\frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2} = 36 \quad \rightarrow$$

$\boldsymbol{x_1}^{\mathbf{2}} = \mathbf{36}$ $\quad ve \quad x_2{}^2 =$

$$\frac{\frac{8^2-2.15.\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)}{2}-\sqrt{\left(\frac{8^2-2.15.\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)^2.15^2}}{\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{6}\right)^2} =$$

$$\frac{\frac{64-\left(27+\frac{1}{2}\right)}{2}-\sqrt{\left(\frac{64-\left(27+\frac{1}{2}\right)}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}\right).225}}{\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}} = \frac{18+\frac{1}{4}-\sqrt{\left(18+\frac{1}{4}\right)^2-\left(189+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}\right)}}{\frac{5}{6}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}.\frac{1}{9}} =$$

$$\frac{18+\frac{1}{4}-\sqrt{333+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}-\left(189+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}\right)}}{\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{9}}=\frac{18+\frac{1}{4}-\sqrt{144}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{18+\frac{1}{4}-12}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{6+\frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{900}{121}\quad\rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_1}^2=\frac{\mathbf{900}}{\mathbf{121}}$$

- $\forall\, \boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{R}\backslash\{\mathbf{0}\}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{a}\neq \mathbf{1}\ \ \boldsymbol{ve}\ \ \boldsymbol{ax^2}=\boldsymbol{c}+\boldsymbol{bx}\ \ \Rightarrow\ \ \boldsymbol{x^2}=$

$$\frac{\frac{2c.a+b^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{2c.a+b^2}{2}\right)^2-a^2.c^2}}{a^2}$$

➢ $2x^2+\frac{2x^2}{3}=10x+36\quad\Rightarrow\ x^2=$

$$\frac{\frac{2.36.\left(2+\frac{2}{3}\right)+10^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{2.36.\left(2+\frac{2}{3}\right)+10^2}{2}\right)^2-\left(2+\frac{2}{3}\right)^2.36^2}}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=$$

$$\frac{\frac{192+100}{2}+\sqrt{\left(\frac{192+100}{2}\right)^2-\left(7+\frac{1}{9}\right).1296}}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{146+\sqrt{146^2-9216}}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=$$

$$\frac{146+\sqrt{21316-9216}}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{146+\sqrt{12100}}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{146+110}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{256}{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2}=\mathbf{36}$$

12. Denklem Sayısının Sınırlanamayacağına Dair Yüksek Dereceli Denklem Örnekleri[96]

➢ $x^4+24=10x^2\ \rightarrow\ x^2=x\ varsay\ \rightarrow\ x^2+24=10x\ \rightarrow$

$x_1=6\ \ ve\ \ x_2=4\ \rightarrow\ x^2=x\ \ varsy.için\ {x_1}^2=6\ \ ve\ {x_2}^2=$

$4,\ \ x_1=\sqrt{6}\ ve\ x_2=2,\ \ {x_1}^4=36\ ve\ \ {x_2}^4=16$

96 İbnü'l-Hâim, *el-Mümti'*, 57a-60a.

- $x^7 = 28x + 4x^4 + \frac{x^4}{2} \rightarrow$ ü$sler\ 7, 4, 1\ yani\ 3'er\ ardışık \rightarrow\ \ x^2 =$

  $28 + 4x + \frac{x}{2}\ \ \rightarrow\ \ x =$

  $8\ olur\ ve\ 3'er\ ardışık\ olduğundan\ aslında\ \ x^3 = 8\ \ ve\ \ x =$

  $2\ \ olur.$

- $a + b = 10\ ve\ b\sqrt{a} = 12\ \rightarrow\ \ a = x^2\ \ ve\ \ b = 10 - x^2\ \rightarrow$

  $x(10 - x^2) = 12\ olur\ \rightarrow 10x - x^3 = 12\ \rightarrow\ 10x = 12 + x^3\ \rightarrow$

  $10x.x = x(12 + x^3)\ \rightarrow 10x^2 = x^4 + 12x \rightarrow 10x^2 - 12x =$

  $x^4\ \ \rightarrow\ \ \sqrt{10x^2 - 12x} = \sqrt{x^4}\ \ \rightarrow\ \ \sqrt{10x^2 - 12x} = x^2\ \ \rightarrow$

  $x^2 = 2x\ varsay \rightarrow \sqrt{10x^2 - 12x} = 2x \rightarrow 10x^2 - 12x = 4x^2\ \rightarrow$

  $x = 2, a = 4, b = 6$

- $\boldsymbol{x^4} + \boldsymbol{2x^3} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{30} \rightarrow (x^2 + x)^2 = x^4 + 2x^3 + x^2\ \rightarrow\ x^4 +$

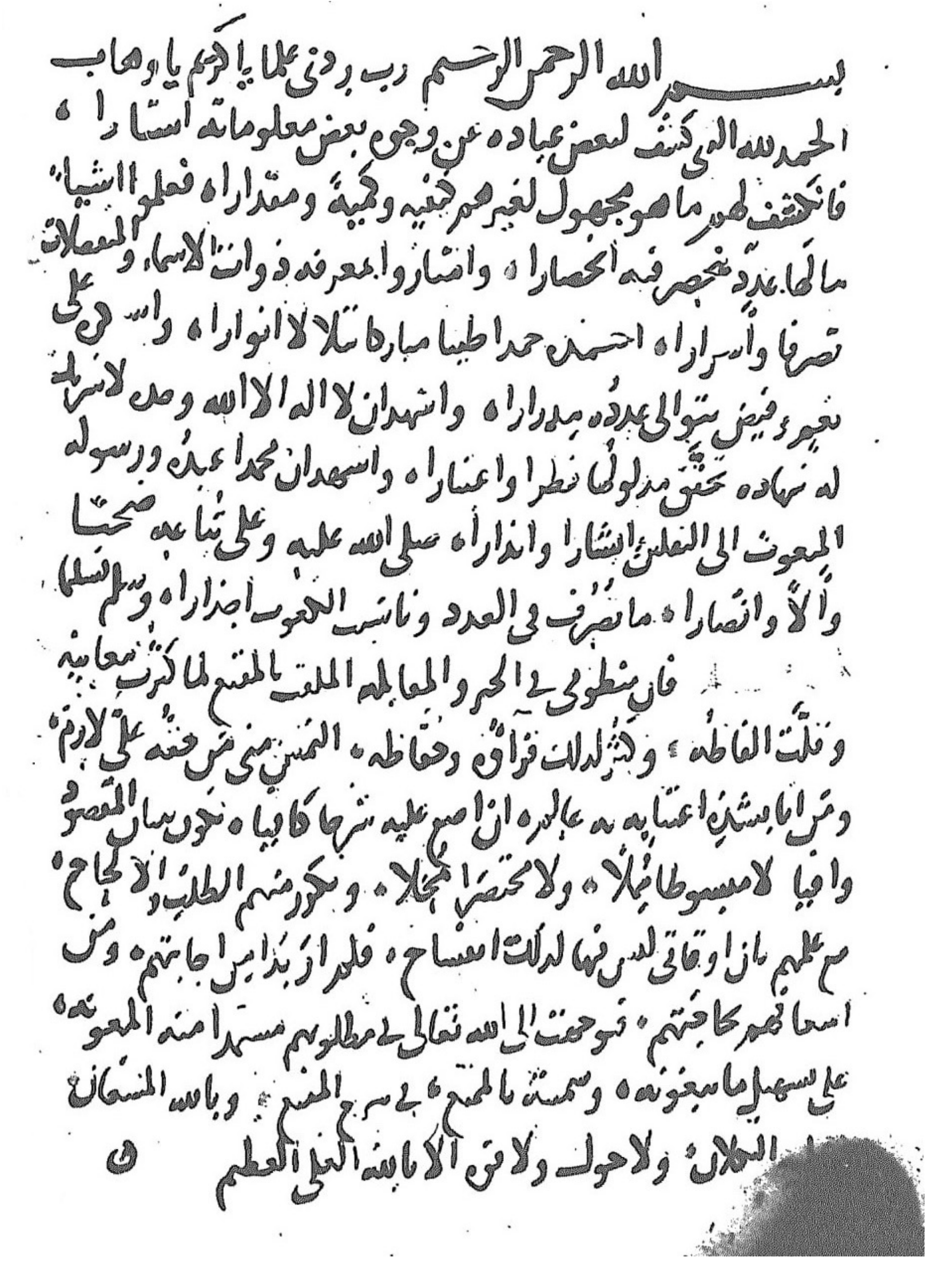
  $2x^3 + x^2 = x^2 + x + 30\ \ ve\ \ (x^2 + x)^2 = x^2 + x + 30\ \ \rightarrow$

  $x^2 + x = y\ \ varsay\ \rightarrow\ \ y^2 = y + 30\ \ \rightarrow\ \ y = 6 \rightarrow\ \ x^2 + x =$

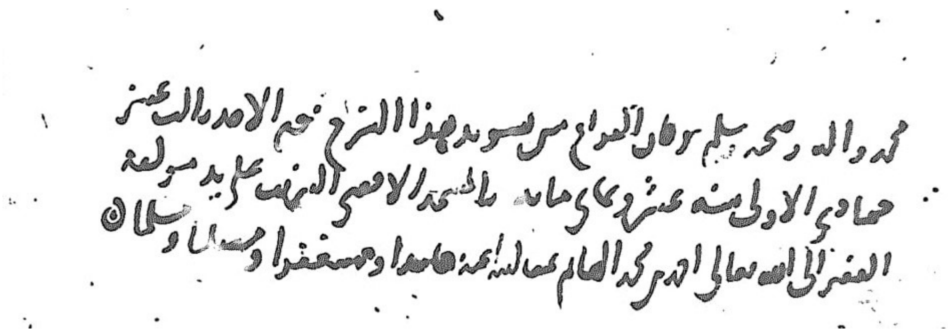
  $6\ \ \rightarrow\ \ x = 2,\ \ x^2 = 4,\ \ x^3 = 8,\ \ x^4 = 16\ \rightarrow\ x^4 + 2x^3 = 16 +$

  $16 = 32$

Ek 3: El-Mumti' nin Chester Beatty 3881 numaradaki müellif hattının ilk ve son varakları:


بسم الله الرحمن الرحيم رب زدني علما يا أكرم يا وهاب
الحمد لله الذي كشف لبعض عباده عن وجوه بعض معلوماته أستارا،
فانكشف لهم ما هو مجهول لغيرهم كميته وكيفيته ومقداره فعلموا الأشياء
ما لها عدد ينحصر فيه انحصارا، وأشاروا بمعرفة ذوات الأسماء والمعضلات
تصرفها وأسرارا، أحمده حمدا طيبا مباركا تتلألأ أنواره، وأشكره على
نعمه فيض يتوالى بعدده مدرارا، وأشهد أن لا إله إلا الله وحده لا شريك
له شهادة تحقق مدلولها نظرا واعتبارا، وأشهد أن محمدا عبده ورسوله
المبعوث إلى الثقلين إبشارا وإنذارا، صلى الله عليه وعلى تابعيه صحبا
وآلا وأنصارا، ما تصرف في العدد وناسب الكسور أجذارا، وسلم تسليما
فإن منظومتي في الجبر والمقابلة الملقبة بالمقنع لما كثرت معانيه
وقلت ألفاظه، وكثر لذلك قراؤه وحفاظه، التمس مني من خفيه على الأوهام
ومن لا يشتد اعتنائه بها إذ لم أصنع عليه شرحا كافيا، يحوي بيان المقصود
وافيا لا مبسوطا مملا، ولا مختصرا مخلا، ويكون منهم الطلب والإلحاح
مع علمهم بأني أتقاضى لدي فيها لذلك انفساح، فلما أنزل إذا بين إجابتهم ومن
إسعافهم بحاجتهم، توجهت إلى الله تعالى في مطلوبهم مستمدا منه المعونة
على تسهيل ما يبغونه، وسميته بالممتع في شرح المقنع، وبالله المستعان
التكلان، ولا حول ولا قوة إلا بالله العلي العظيم

واعمل عمل الخامس يخرج المطلوب وان شئت فاضرب الاس والسدس في العشر
الاشيا واطرح من الحاصل الشيء واضرب الباقي في الشيء وعادل بالحاصل مع
العشر الاشيا يخرج ايضا الضرب الخامس وان شئت قسمت عشر الاشيا على شيء
وسميت الخارج مجهولا من المجهولات باي اسم شئت مثلا دينار ثم ضربه في سائر المسئلة
يخرج عشر الاشيا ويكون لذلك الخارج من قسمة الشيء على العشر الاشيا دينار
وسميناه الا دينارا فاضربه في المقسوم عليه وهو عشر الاشيا واعتبر الخارج من
ضرب الشيء في الدينار عشر الاشيا لان الخارج من القسمة اذا ضرب في المقسوم عليه
يخرج المقسوم يكون الخارج احدا وثلثين الا ثلاثة اشيا وسدس شيء والا عشر
دينار يعادله لذلك الشيء المقسوم واجبر حتى يصير احد وثلثون وثلثان يعدل
اربعة اشيا وسدسا وعشر دينار فاطرح اربعة الاشيا والسدس من الجانبين يصير
معك احد وثلثون وثلثان الا اربعة اشيا وسدس شيء يعدل عشر دينار فالدينار
الواحد يعدل ثلاثة وسدسا الا اربع وسدس شيء وذلك ضعفا الخارج من ضرب الدينار
في الشيء عشر الاشيا فاقم مقام الدينار ما عادله واضربه في الشيء فيخرج ثلاثة اشيا
وسدس شيء الا اربع وسدس مال وذلك يعدل عشر الاشيا فاجبر وقابل واعمل ما
سبق فالمصير هذا الطريق وتذكرها فانها من وجوه التحيل على الوصول الى المطلوب
وتتشعب منها ما يرد من اشباهها وبالله التوفيق وفي هذا الذي اوردناه كفاية ومقنع
لمن احب الله بالتوفيق ولله الحمد اولا واخرا وظاهرا وباطنا وصلى الله على سيدنا


محمد وآله وصحبه وسلم وكان الفراغ من تسويد هذا الشرح ضحى الأحد ثالث عشر
جمادى الأولى سنة عشر وثمانمائة بالمسجد الأقصى الشريف على يد مؤلفه
الفقير إلى الله تعالى أحمد بن محمد الهائم عفا الله عنه حامدا ومستغفرا ومصليا ومسلما